



de Ontem

Esta exposição pretende proporcionar uma viagem no tempo, mostrando diferentes ferramentas de cálculo que o homem foi concebendo para fazer as contas do quotidiano e se libertar dos cálculos morosos. Tem como objectivo fazer repensar a importância da quantificação e o papel da aritmética no dia-a-dia, destacando a sua presença nos objectos tecnológicos que usamos.



e de hoje

Trata-se de uma iniciativa do Departamento de Matemática, no âmbito das comemorações dos 100 anos da FCUL, que conta com a colaboração do Museu de Ciência da UL.

Projecto científico: Adelaide Carreira

Carlos Albuquerque,

Gracinda Gomes e Suzana Nápoles

Textos: Carlos Albuquerque

Suzana Nápoles

Colaboração: Ana Eiró

Design Gráfico: João Sotomayor



Apoios:

Casio, Centro de Álgebra da Universidade de Lisboa, Centro de Estruturas Lineares e Combinatórias, Centro de Matemática e Aplicações Fundamentais, Grupo de Física Matemática, Fundação para a Ciência e Tecnologia

Informações:

matematica@fc.ul.pt



no princípio

Contas, números, quantidades...
De onde vêm?
Nascem connosco ou são aprendidos?

Há capacidades numéricas e quantitativas que nascem connosco. Os bebés são capazes de distinções quantitativas elementares. Conseguimos distinguir dois objectos de três objectos, sem contar, e existe em nós e em outros primatas uma capacidade para avaliar aproximadamente o número de elementos de um conjunto, sem qualquer contagem.

Os primeiros vestígios do que pode ter sido uma contagem são as marcas em objectos encontrados em escavações arqueológicas.

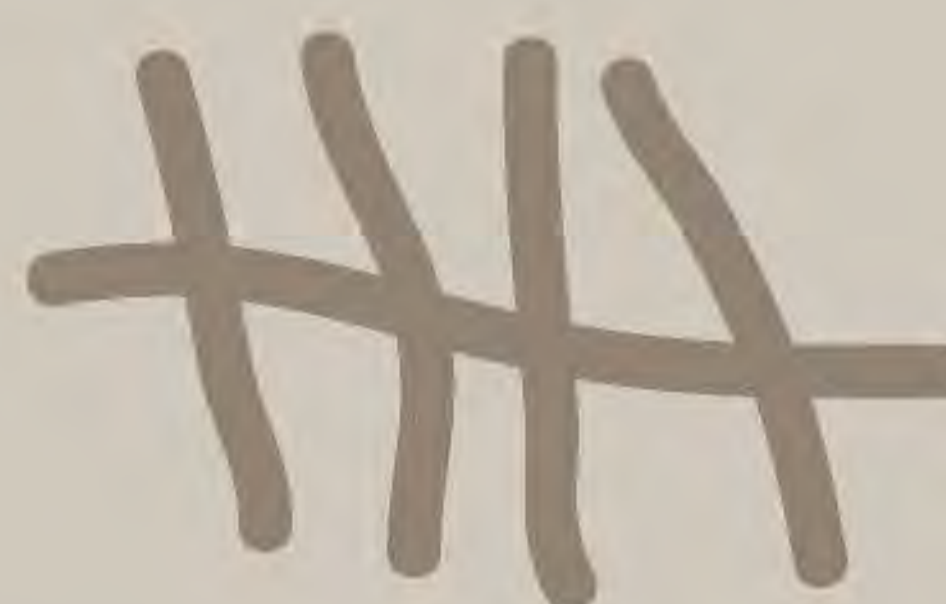


As marcações gravadas no osso de Ishango, encontrado no Lago Edward, no Congo, e com mais de 20000 anos, sugerem o registo de números e de algumas operações elementares.

e depois

Os entalhes em paus para registos numéricos, semelhantes aos do osso de Ishango não se circunscrevem à pré-história. Existiram ao longo dos tempos em várias civilizações. Em Inglaterra, entre os séculos XIII e XIX, eram utilizados para registar dívidas e pagamentos. Para registar uma dívida os paus eram marcados com o valor e frequentemente eram divididos horizontalmente em duas partes, recebendo o prestador uma parte e o devedor a outra.

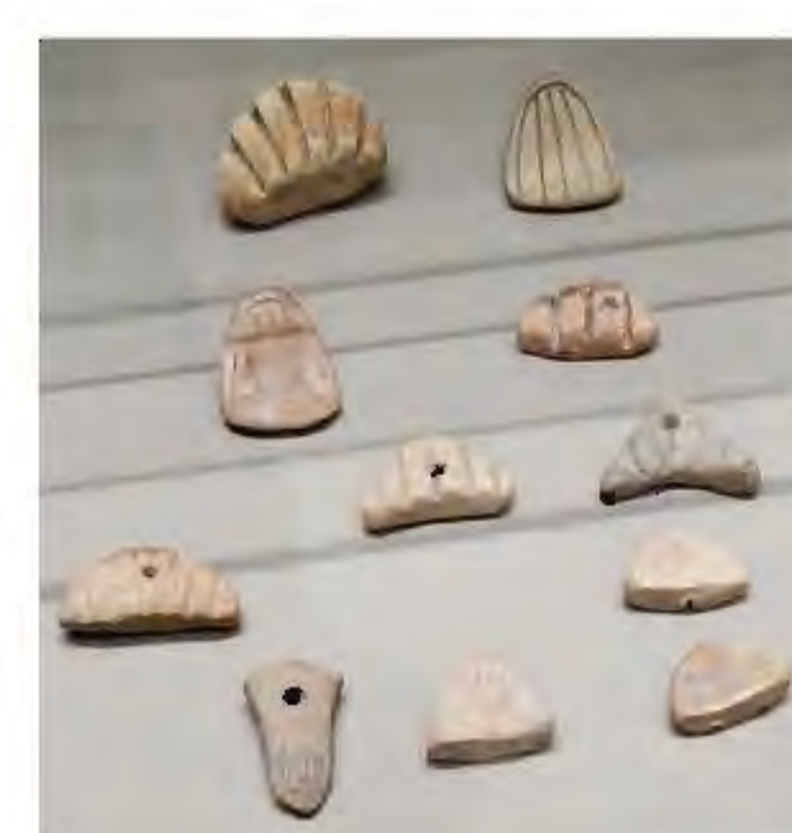
Usam-se também esquemas de contagem gráfica, que consistem em fazer uma marca gráfica por cada unidade. Um sistema análogo a este foi usado no censo de 1880 nos EUA, mas era muito ineficiente quando aplicado à escala de um país. Um esquema que ainda é usado hoje em contagens de votos expressos em papel e é ensinado no ensino básico consiste em marcar traços dispostos em grupos de cinco, o que facilita a contagem.



Na iniciação das crianças à contagem e ao cálculo usam-se materiais manipuláveis, em que pequenos objectos representam números.



Em escavações no Médio Oriente foram encontrados pequenos objectos em argila, com diferentes formas geométricas (cones, esferas, discos e cilindros) que poderão ter sido usados para contagens. Estes objectos remontam ao oitavo milénio antes de Cristo. Foram também encontrados objectos com estas características em ruínas de origem suméria localizadas em Uruk (Mesopotâmia) no interior de pequenas bolas ocas, de argila.



No Parlamento inglês só em 1826 se deixou de fazer registos de contabilidade em paus (tally sticks). Em 1834 havia necessidade de destruir uma grande quantidade destes registos e foi decidido usar as fornalhas da Câmara dos Lordes para o efeito. O sobreaquecimento provocou um incêndio que destruiu a quase totalidade do Parlamento. Depois deste incêndio foi construído o edifício actual.



Material Cuisenaire

Uma iniciativa do Departamento de Matemática, no âmbito das comemorações dos 100 anos da FCUL, com a colaboração do Museu de Ciência da UL.

Projecto científico: Adelaide Carreira, Carlos Albuquerque, Gracinda Gomes, Suzana Nápoles

Textos: Carlos Albuquerque, Suzana Nápoles

Colaboração: Ana Eiró

Design Gráfico: João Sotomayor





Calcular com os Dedos

Para o Homem o auxiliar aritmético mais “à mão” são os seus próprios dedos. Podemos distinguir, pelo menos, três modos de utilização dos dedos:

- > Para contar pelos dedos, muito comum nas crianças e não só...
- > Para representar números, através de diferentes posições dos dedos, permitindo comunicar ou manter registos temporários.
- > Como auxiliar das operações.



A representação de números usando os dedos permitia a comunicação entre pessoas que não falavam a mesma língua nem conheciam a escrita numérica. As mãos também eram usadas, como registo, na execução de sequências de operações de adição simples: exprimindo a primeira parcela com os dedos, procedia-se à adição mental com a segunda parcela, em seguida registava-se o resultado com os dedos e efectuava-se a segunda adição mentalmente, e assim sucessivamente. Estas figurações dispensavam a memorização dos resultados parciais e, no caso de uma interrupção, a possibilidade de continuar as operações, desde que se fixasse a posição das mãos.



Esta forma de representar os números entrou em declínio com a introdução do sistema de numeração indo-árabe e o aumento do nível de educação. Manteve-se a sua utilização nalgumas situações, por exemplo nas bolsas de valores, nos leilões ou nas lotas, para transmissão rápida de números. Com a introdução de sistemas electrónicos de transacção também estes usos tendem a desaparecer.



Trinta tem Novembro, Abril, Julho e Setembro; vinte e oito tem um, os outros trinta e um.

Na errata do livro é feita a correção de "Julho" para "Junho".

Os dedos foram também um instrumento fundamental para efectuar operações de multiplicação com números inteiros pequenos. Embora hoje nos possa parecer inimaginável, até ao início do século XVII, as multiplicações eram apenas trabalhadas nas universidades e, até ao início do século XIX, a maioria das pessoas “bem educadas” apenas conheciam a tabuada até 5x5.

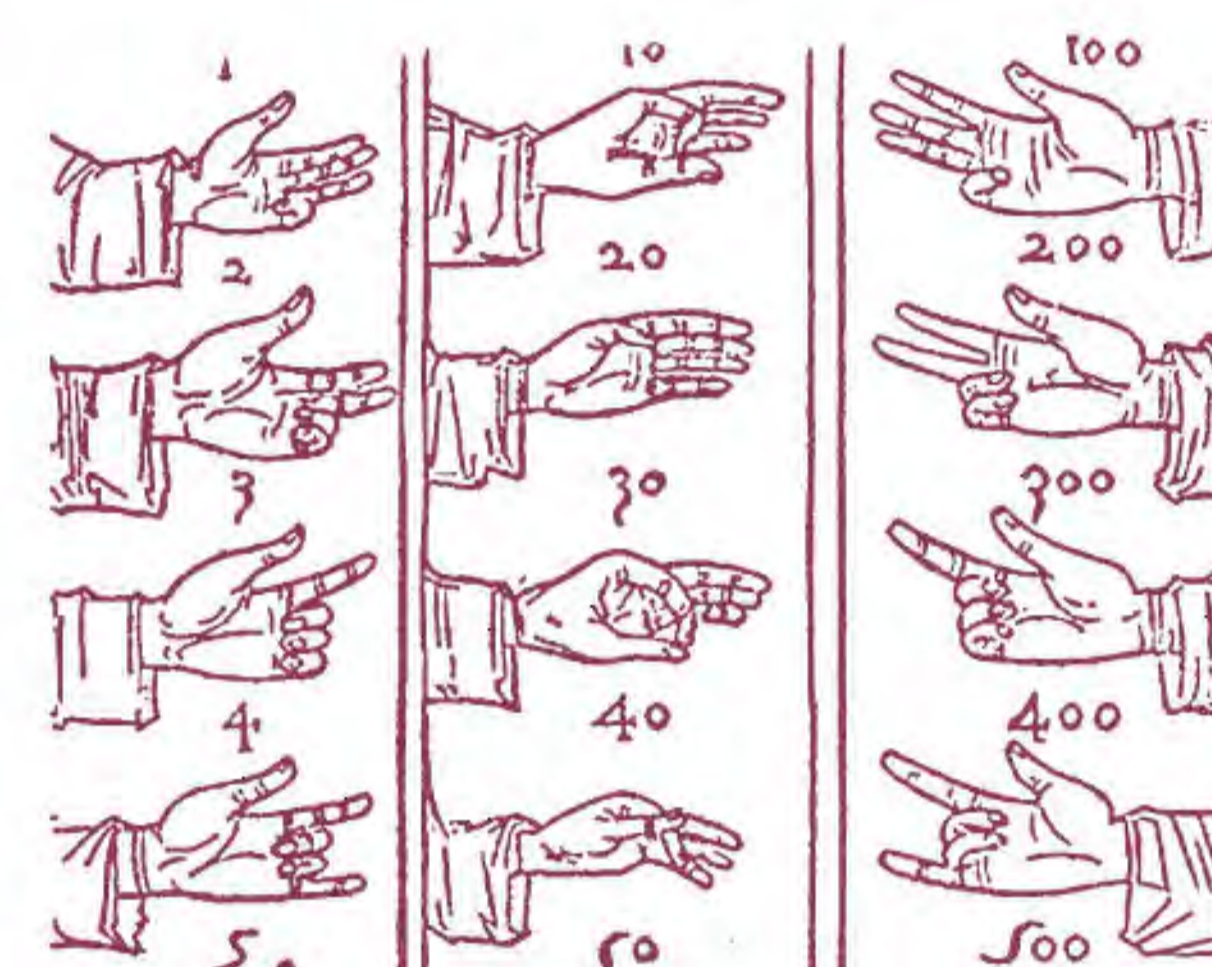
Durante a Idade Média uma das aplicações importantes da aritmética era o estabelecimento das datas das festas religiosas e as mãos constituíam um instrumento auxiliar muito útil. Em 1570 ainda era publicado um livro para “aprender a tirar pola mão as festas mudauels, (...) a qual ainda que he arte antiga está per termos mui claros”. O autor afirma: “E porque meu intento he escusar livro, e fazer que a mão o seja, como ordenaram os antigos, e eu o aprendi.” A mão e um conjunto de regras memorizadas permitem obter informações do tipo que se poderiam registar hoje numa tabela.

Uma regra curiosa, conhecida em muitas partes do mundo, permite obter, utilizando os dedos, os produtos de números entre 5 e 10 desde que se conheça a tabuada até 5.5.

Numa mão regista-se o excesso acima de 5 do primeiro número (se for 8 levantam-se 3 dedos); na outra mão faz-se o mesmo para o outro número (se for 6 levanta-se 1 dedo); então o algarismo das dezenas do produto é dado pela soma do número de dedos levantados nas duas mãos (3+1=4) e o algarismo das unidades é dado pelo produto do número de dedos fechados numa mão pelo número de dedos fechados na outra mão (2.4=8). Nos casos em que este produto excede 9, retém-se o algarismo das unidades e adiciona-se o algarismo das dezenas deste subproduto ao número de dezenas obtido antes.



TRANCOSO, Gonçalo Fernandes, Regra geral para aprender a tirar pola mão as festas mudauels q[ue] vem no anno, a qual ainda que he arte antiga esta per termos mui claros / nouame[n]te escrita por Gonçalo Fernandez Tranquoso... - [Lisboa] : em casa de Francisco Correa, 1570.



Luca Pacioli, Summa di arithmetica, geometria, proportioni et proportionalità Venezia, 1487

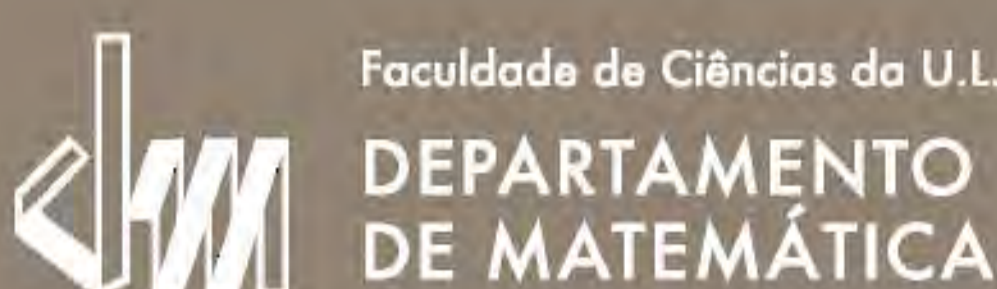
Uma iniciativa do Departamento de Matemática, no âmbito das comemorações dos 100 anos da FCUL, com a colaboração do Museu de Ciência da UL.

Projecto científico: Adelaide Carreira, Carlos Albuquerque, Gracinda Gomes, Suzana Nápoles

Textos: Carlos Albuquerque, Suzana Nápoles

Colaboração: Ana Eiró

Design Gráfico: João Sotomayor





os Ábacos

Desde a Antiguidade usaram-se pequenas pedras como auxiliares de cálculo, muitas vezes dispostas sobre marcas no chão ou sobre mesas com marcas. Estes auxiliares de cálculo deram origem a diversos instrumentos que se denominam genericamente de ábacos, havendo registos do seu uso em povos tão variados como gregos, romanos, azetecas, chineses e japoneses.

A palavra “ábaco” poderá ter origem na palavra hebraica “abaq”, que significa poeira, através do grego $\alpha\beta\alpha\kappa\omicron\varsigma$ que significa prancha, placa, mesa. A palavra “cálculo” tem origem na palavra latina “calculus” que significa pedrinha.

Ábaco de mesa

Por volta do século XIII utilizava-se o ábaco de mesa na Europa.

Este tipo de ábaco foi utilizado nos séculos seguintes até ao Renascimento e em certas regiões mesmo até ao século XVIII.

No ábaco de mesa as linhas horizontais correspondem às diferentes ordens (unidades, dezenas, centenas,...). A linha dos milhares é, em geral, marcada com o símbolo X. Para marcar um número usam-se fichas ou contas. As fichas colocadas sobre a linha mais abaixo representam unidades, as colocadas na linha seguinte dezenas, procedendo-se assim de baixo para cima. As fichas colocadas entre duas linhas representam 5 vezes o valor de uma ficha colocada na linha abaixo.

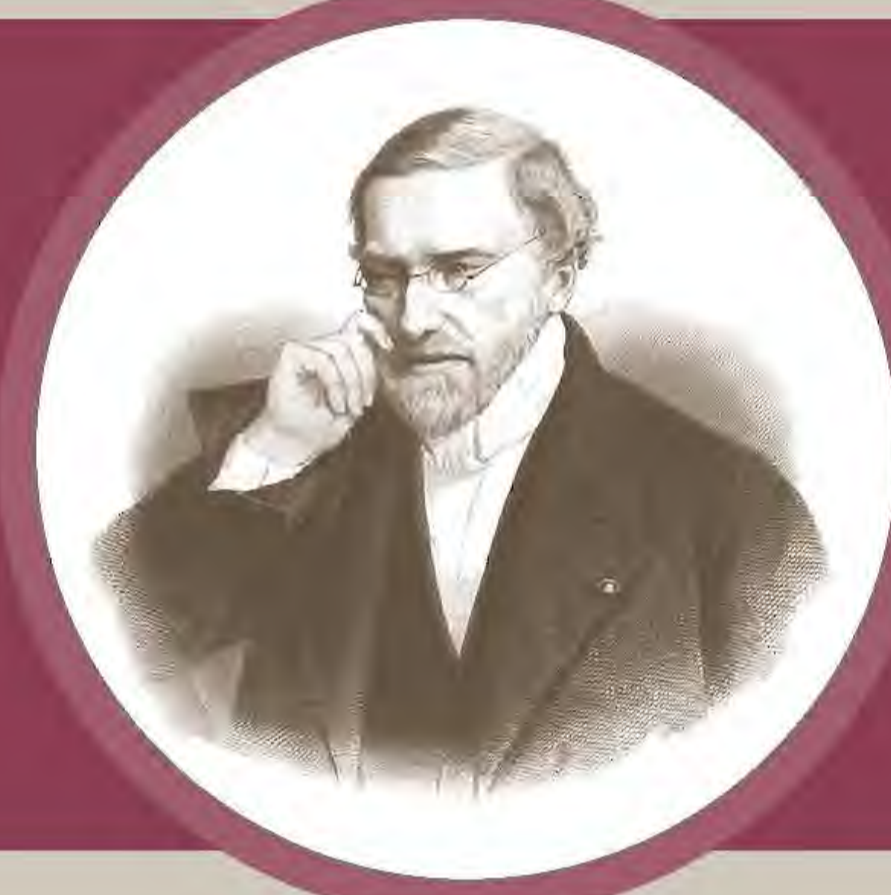


Os ábacos de mesa, como usavam contas soltas tinham limitações na velocidade dos cálculos e, por comparação com o cálculo escrito, não mantinham um registo dos resultados intermédios, pelo que um erro obrigava à repetição de todos os cálculos.

Os ábacos com contas enfiadas em varetas permitem uma manipulação muito rápida, sendo muito competitivos com máquinas electrónicas e derrotando mesmo as máquinas mecânicas em operações de adição ou subtração. Em 1946 realizou-se em Tóquio uma competição entre o melhor abacista japonês e o melhor operador de máquinas electromecânicas do exército americano. Em cinco provas constituídas por diversas operações e problemas, o abacista venceu quatro, mostrando desvantagem apenas na realização de multiplicações.

Não é de estranhar por isso que os ábacos tenham sobrevivido em utilização em várias partes do mundo durante uma grande parte do século XX, vindo apenas a perder o seu papel com a difusão das calculadoras electrónicas de bolso.

Durante a invasão da Rússia pelo exército de Napoleão, um jovem tenente de engenharia francês, de nome Jean-Victor Poncelet, foi capturado e passou dois anos na Rússia, onde pôde observar a utilização do ábaco russo. De regresso a França introduziu o ábaco russo como instrumento pedagógico nas escolas de Metz.



O ábaco pode contribuir para compreender o sistema de numeração decimal e auxiliar na realização das quatro operações elementares. Nos primeiros anos de escolaridade utilizam-se os ábacos com contas exteriores e os ábacos horizontais.

No caso dos ábacos com contas exteriores o zero é representado pela ausência de contas, cada vareta representa uma ordem a começar pelas unidades na da direita, sendo que em cada uma não podem existir mais de nove contas.

No caso dos ábacos horizontais, na posição inicial, as contas encontram-se todas à direita. Para representar um número deslocam-se as contas necessárias para a esquerda começando de cima baixo.



Ábaco romano

Da época romana foram também encontrados pequenos ábacos, constituídos por uma placa de bronze (que cabe na palma da mão) com ranhuras paralelas onde circulam pequenos botões para marcar os números.



Ábaco chinês (Suanpan)

O seu uso generalizou-se na China no início do século XIV. É constituído por uma moldura de madeira dividida em dois compartimentos por uma barra, que é atravessada por varetas perpendiculares. Nas varetas deslizam sete contas, duas na parte superior e cinco na parte inferior. As contas da parte inferior valem uma unidade e as da parte superior cinco unidades.



Ábaco japonês (Soroban)

É uma versão modificada pelos japoneses do ábaco chinês. A diferença fundamental está no número de contas em cada vareta, apenas uma no compartimento superior e quatro no inferior. Também foi modificada a forma das contas para facilitar o seu manuseamento. Estas alterações destinaram-se a trabalhar mais rapidamente somas e subtrações.



Ábaco russo (Schoty)

O ábaco russo consiste também em contas enfiadas em varetas fixadas numa moldura. Contudo as varetas posicionam-se de modo diferente em relação ao utilizador e são ligeiramente encurvadas de modo a que as contas caiam para a esquerda ou para a direita. Cada vareta tem dez contas, com excepção de uma vareta que tem apenas quatro contas e pode servir para marcar quartos de unidade. O ábaco russo foi usado pelo menos até à primeira metade do século XX.

Uma iniciativa do Departamento de Matemática, no âmbito das comemorações dos 100 anos da FCUL, com a colaboração do Museu de Ciência da UL.

Projecto científico: Adelaide Carreira, Carlos Albuquerque, Gracinda Gomes, Suzana Nápoles

Textos: Carlos Albuquerque, Suzana Nápoles

Colaboração: Ana Eiró

Design Gráfico: João Sotomayor



Sicut debent in Indos subtilissimam Ingenium habere. et ceteris
 gentibus Inanachmaeae et comaricu. et ceteris liberulis
 disciplinis concedere. et hoc munus fieri in nobem
 figuris quibus designentur unum quomodo quidum.
 cuiuslibet quod quatum hinc sunt formae

9 8 7 6 5 4 3 2 1

A obra Codex Cóncliorum Albedensis seu Vigintia, uma compilação de documentos históricos do período visigótico em Espanha completada em 976, já inclui os números árabes (excluído o zero), os quais terão sido introduzidos na Península Ibérica pelos árabes por volta do ano 900. Julga-se ser este o mais antigo manuscrito europeu a incluir a numeração árabe.

o cálculo Escrito

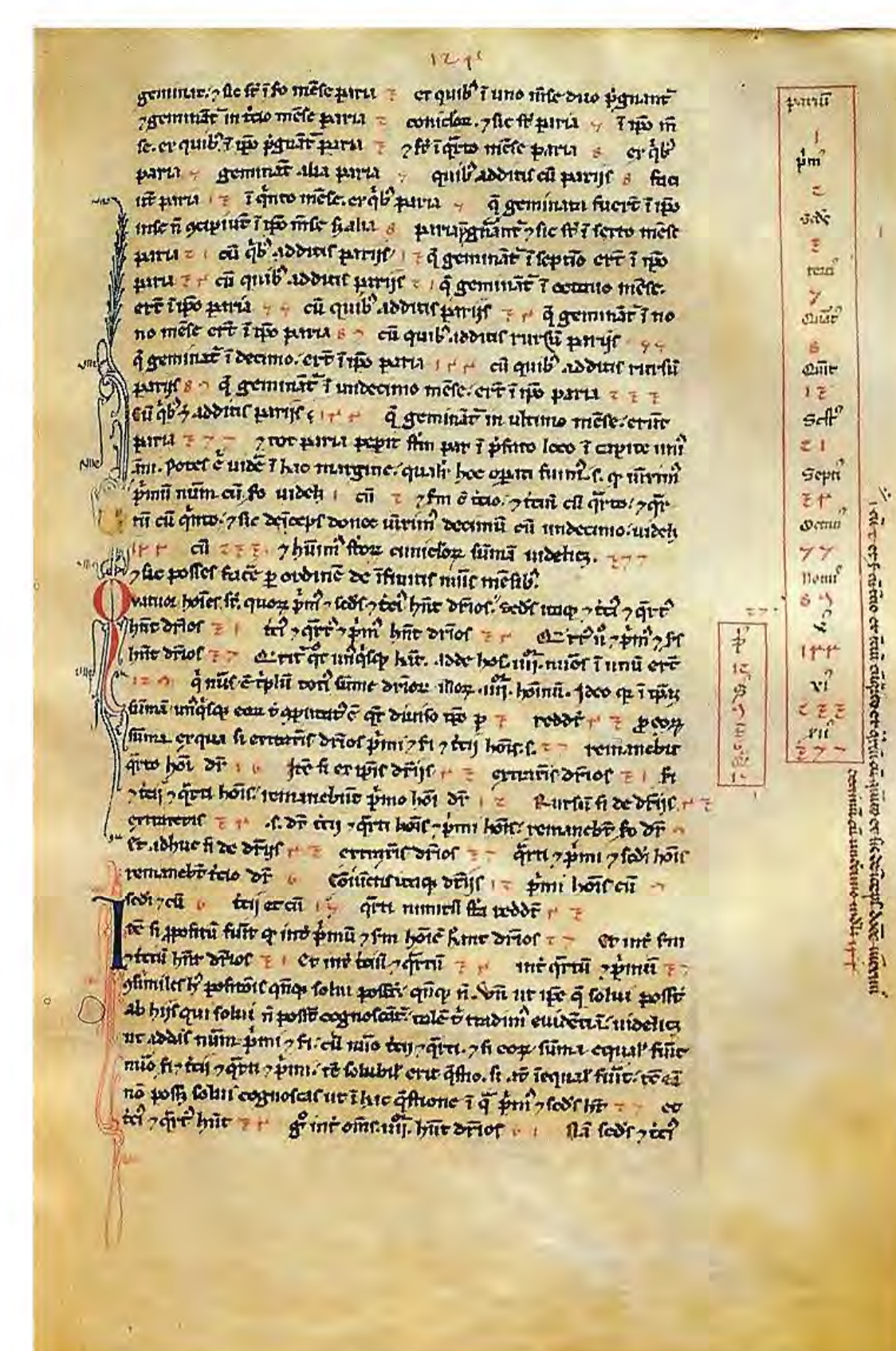
No final do século VIII, chegaram a Bagdade escritos sobre astronomia vindos da Índia que foram traduzidos de sânscrito para árabe e se disseminaram pelo mundo árabe.

Um estudioso árabe que recebeu esta influência da Índia foi Abu Jafar Muhammad ibn Musa al-Khwarizmi. Entre as suas obras destaca-se um pequeno livro sobre aritmética onde divulga a notação, que hoje chamamos indo-árabe, e os métodos de cálculo escrito.

Na Europa Medieval, estes métodos foram chamados algorismus, termo que resulta da latinização de al-Khwarizmi. Daqui resultaram os termos algarismo para designar os símbolos 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 e algoritmo para designar um método de resolução de um problema através do cumprimento de uma sequência de procedimentos.



Despique entre um algorista e um abacista Gregor Reisch, Margarita Philosophica, 1503



Liber Abaci, Leonardo de Pisa (Fibonacci), 1202
 Em 1202, Leonardo de Pisa, filho de Bonnaco, também conhecido por Fibonacci, publicou a obra Liber Abaci, onde fazia um estudo dos métodos de cálculo escrito e os apresentava como vantajosos para o uso prático no comércio. Outros tratados foram surgindo e nos séculos seguintes havia dois métodos de cálculo em competição: o cálculo escrito e o ábaco.



Algorismus de John of Halifax

Para a divulgação da matemática Indo-Árabe na Europa, foi fundamental a obra, datada de cerca de 1250, *Algorismus de John of Halifax*, mais conhecido por *Scrabosco*. Basela-se, em parte, nos trabalhos de al-Khwarizmi e foi recomendada nas universidades europeias. Scrabosco leccionou em Paris na primeira metade do século XIII e era conhecido pelos seus trabalhos de astronomia, o que certamente contribuiu para o êxito do seu *Algorismus*. Este texto de Matemática continuou a ser usado nas Universidades, mesmo depois da invenção da imprensa. Conhecem-se edições impressas do *Algorismus* datando dos séculos XV e XVI.

Scrabosco apresenta os algarismos indo-árabes como base de um sistema de notação posicional: o valor representado por um algarismo depende da sua posição no número. Para o sistema ser completo era necessário um símbolo para o zero, que não existia na numeração romana.

Os métodos de cálculo baseavam-se na notação escrita. Inicialmente os resultados intermédios eram anotados com os dedos e as mãos, em placas com cera ou areia e depois apagados, registando-se apenas o resultado final. Com a difusão do papel generalizou-se o uso de versões dos algoritmos que registavam os passos intermédios das operações.

Anciens Caractères Arithmétiques.

1. <i>Notes de Boece.</i>	{	1	σ	u	φ	Ϟ	ϙ	1	8	9
2. <i>Pléiade.</i>	{	1	μ	μ	ε	ϛ	ϣ	ν	λ	9
3. <i>Caractères de Alchiphadi.</i>	{	1	ρ	μ	ε	α	ϣ	ν	λ	9
4. <i>Chiffres de Sacro Boeco.</i>	{	1	ε	3	2	Ϟ	6	λ	8	9
5. <i>Notes de Boece.</i>	{	1	7	3	2	Ϟ	6	λ	8	9
6. <i>Des Indiens Modernes.</i>	{	2	z	ε	ϣ	γ	3	9	τ	9
7. <i>Chiffres Modernes.</i>	{	1	2	3	4	5	6	7	8	9
8. <i>Alchiphadi.</i>	{	1	λ	ρ	ε	ϣ	ν	λ	9	10

Variações na escrita dos dígitos indo-árabes Jean-Étienne Montucla, Histoire des Mathématiques, 1758 (1798 segunda edição), Tome 1, Planche XI

O registo em papel permitia não só interromper uma operação e continuá-la mais tarde, como detectar e corrigir erros sem ter que efectuar de novo todos os cálculos. Em contrapartida os algarismos eram mais vulneráveis a falsificações, pelo que o registo final continuava muitas vezes a ser feito usando a numeração romana. Nos dias de hoje usamos a notação "por extenso" quando queremos diminuir o risco de adulteração de um número escrito em papel.

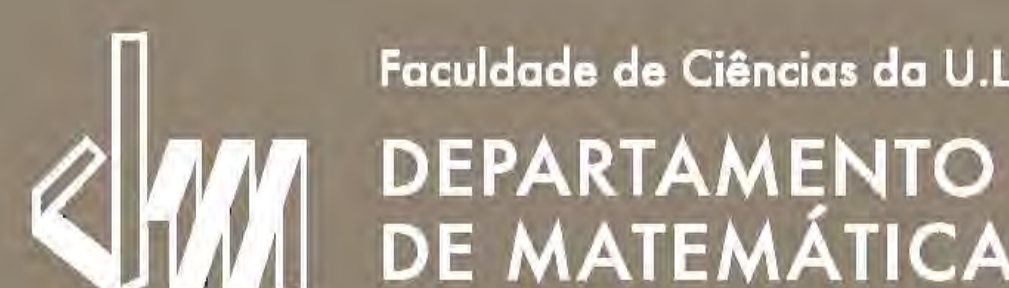
Uma iniciativa do Departamento de Matemática, no âmbito das comemorações dos 100 anos da FCUL, com a colaboração do Museu de Ciência da UL.

Projecto científico: Adelaide Carreira, Carlos Albuquerque, Gracinda Gomes, Suzana Nápoles

Textos: Carlos Albuquerque, Suzana Nápoles

Colaboração: Ana Eiró

Design Gráfico: João Sotomayor



os Algoritmos

Um algoritmo é um conjunto de instruções bem definidas, que podem ser executadas de uma forma essencialmente mecânica, para atingir um determinado resultado. Esta noção de algoritmo é bastante abrangente não se confinando à Matemática. Por exemplo, estamos a usar inconscientemente um algoritmo quando seguimos as instruções de um livro de culinária para preparar uma receita.

Os algoritmos usados actualmente para calcular os resultados das quatro operações elementares são o produto de uma selecção efectuada ao longo dos últimos séculos e estão ligados ao sistema de numeração que utilizamos, em particular, à sua natureza posicional. Note-se porém que as operações entre os números são independentes do sistema de notação. Podemos definir adição, subtração, multiplicação e divisão para números naturais, sem que isso dependa da maneira que usamos para os escrever. Já os romanos somavam e os gregos multiplicavam, sem no entanto terem uma escrita posicional como a que temos hoje.

Na adição e na subtração os procedimentos utilizados no século XVI eram análogos aos actuais. No que diz respeito aos algoritmos para a multiplicação e para a divisão havia mais variantes.



Num texto de 1482, *Suma de la art de arismetica*, figura o algoritmo da multiplicação, que hoje utilizamos, e a correspondente "prova dos nove" para o cálculo de 5723×35 . Essa obra inclui também uma figuração triangular da tabuada, na sequência da referência à necessidade de a conhecer de cor:

la primera cosa en aquesta specia saber aquesta taula de cor



Suma de la art de arismetica, Francesc Santlliment, Barcelona, 1482. Trata-se de um texto para uso comercial, sendo a primeira do género impresso na Península Ibérica e talvez o segundo impresso na Europa.

Dois processos para dividir 888880 por 9999 apresentados por Tartaglia em 1556, o primeiro "em galera", e o segundo semelhante àquele que hoje usamos.

$$\begin{array}{r} 888880 \quad | \quad 9999 \\ 88960 \quad 88 \\ \hline 8968 \end{array}$$

Partizion fatta secon
do l'ordinario, cioe a
principiar a multipli-
car & a sottrar dalla
banda finiftra.

$$\begin{array}{r} 8 \\ 099 \quad 4 \quad | \quad 2 \\ 100 \quad 3 \quad | \quad 6 \\ \hline 8876 \\ 09999 \\ 20000 \\ 88888 \\ 99999 \\ 99999 \\ \hline 888 \end{array}$$

Partitor 9999

$$\begin{array}{r} 888880 \\ 088888 \\ \hline 896 \end{array}$$

A divisão em galera terá sido o método favorito até 1600 para obter o resultado de uma divisão e teve muitos defensores até ao século XVIII. A sua datação varia consoante as fontes, que o situam entre os séculos XII e XV. Existem no entanto referências a versões semelhantes muito anteriores, em particular uma variante usada no século IX por al-Khwarizmi e o método de divisão chinês que surge, com descrição detalhada, num texto chinês do século III.

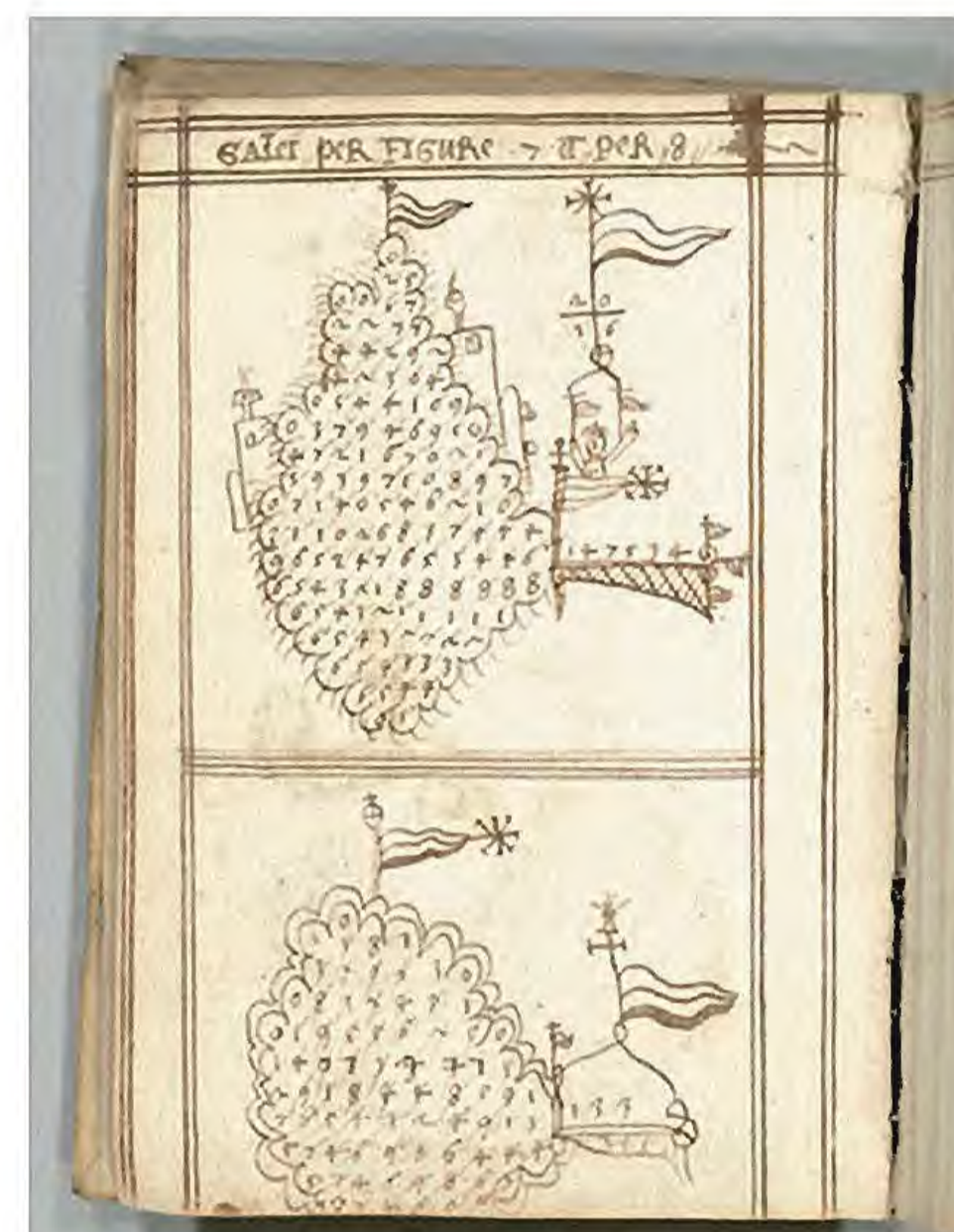
O nome deste algoritmo deriva da semelhança da forma final dos cálculos com a de uma antiga galera.



Tratado de Arismetica com muyta diligencia emmendada / [Gaspar Nicolau]. - Em Lisboa: [António Alvarez]; a custa de Ioam de Ocanha, livreiro do Duque de Bargaça [sic], onde se vendem, 1590. A primeira edição deste tratado foi publicada em 1519, sendo o primeiro tratado de Arismetica impresso em Portugal.



A *Gelasia* é um algoritmo para a multiplicação que terá tido origem na Índia, sendo transmitido ao ocidente pelos comerciantes árabes. Era usado para efectuar multiplicações de números com mais de dois dígitos.



Opus Arithmetica, D. Honorati veneti monachi coenobij S. Lauretj. Manuscrito não publicado (segunda metade do século XVI)

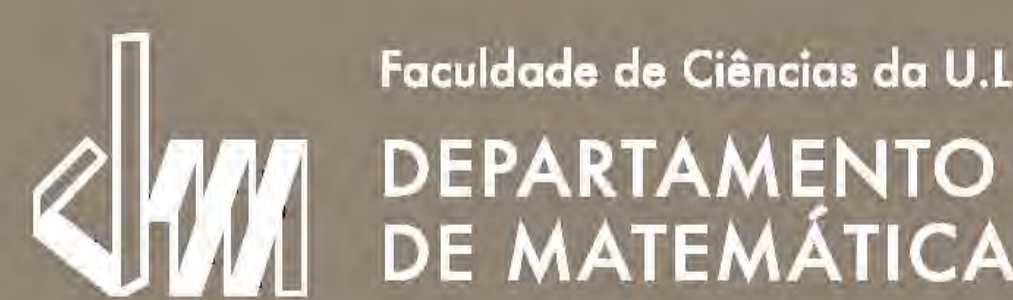
Uma iniciativa do Departamento de Matemática, no âmbito das comemorações dos 100 anos da FCUL, com a colaboração do Museu de Ciência da UL.

Projecto científico: Adelaide Carreira, Carlos Albuquerque, Gracinda Gomes, Suzana Nápoles

Textos: Carlos Albuquerque, Suzana Nápoles

Colaboração: Ana Eiró

Design Gráfico: João Sotomayor



transformar Multiplicações ... em Adições

O desenvolvimento da Astronomia e da Navegação no fim do século XVI implicava efectuar cálculos com grandes números, tornando urgente a descoberta de processos que permitissem realizar multiplicações com rapidez. O cálculo do produto de dois números com vários algarismos era uma tarefa frequente, penosa e sujeita a erros.

O método de prostaphaeresis era muito utilizado nos séculos XVI e XVII. Consiste em substituir multiplicações por adições usando uma fórmula trigonométrica do tipo $\cos x \cos y = (\cos(x+y) + \cos(x-y))/2$ ou $\sin x \sin y = (\cos(x-y) - \cos(x+y))/2$ e tabelas trigonométricas, sendo estas já conhecidas desde o tempo de Ptolomeu (séc. II).

John Napier (ou Neper), matemático escocês nascido em 1550, inventou um processo para efectuar multiplicações, usando régua de madeira ou osso, habitualmente conhecidas como régua de Napier.

Estas régua permitem efectuar uma multiplicação recorrendo a adições. Podem também ser usadas para o cálculo de quocientes e de raízes quadradas.

Um conjunto de régua de Napier é constituído por nove régua, uma para cada tabuada da multiplicação.

Para efectuar operações com dígitos repetidos há que utilizar mais de um conjunto.



Em *Arithmeticae Liber*, 1544, o frade e matemático alemão Michael Stifel estabeleceu uma relação entre a sucessão dos números inteiros e a sucessão das potências de 2.

Observando a tabela verificamos que passar da linha de baixo para a linha de cima transforma produtos em somas. Para multiplicar dois números da linha de baixo basta somar os números correspondentes da linha de cima e voltar à linha de baixo. Por exemplo, para calcular 4×16 basta somar 2 e 4 e procurar na linha de baixo o número que corresponde a 2+4, obtendo-se 64.

Stifel criou assim uma primeira tabela de logaritmos (de base 2), embora com uma lista muito limitada de possíveis factores. O seu trabalho está na base da construção do conceito de logaritmo.

A noção de logaritmo foi apresentada por Napier em 1614. Nesse ano publicou a obra *Mirifici logarithmorum canonicis descriptio* onde, através de um modelo cinemático, estabelece uma relação entre uma progressão geométrica e uma progressão aritmética.

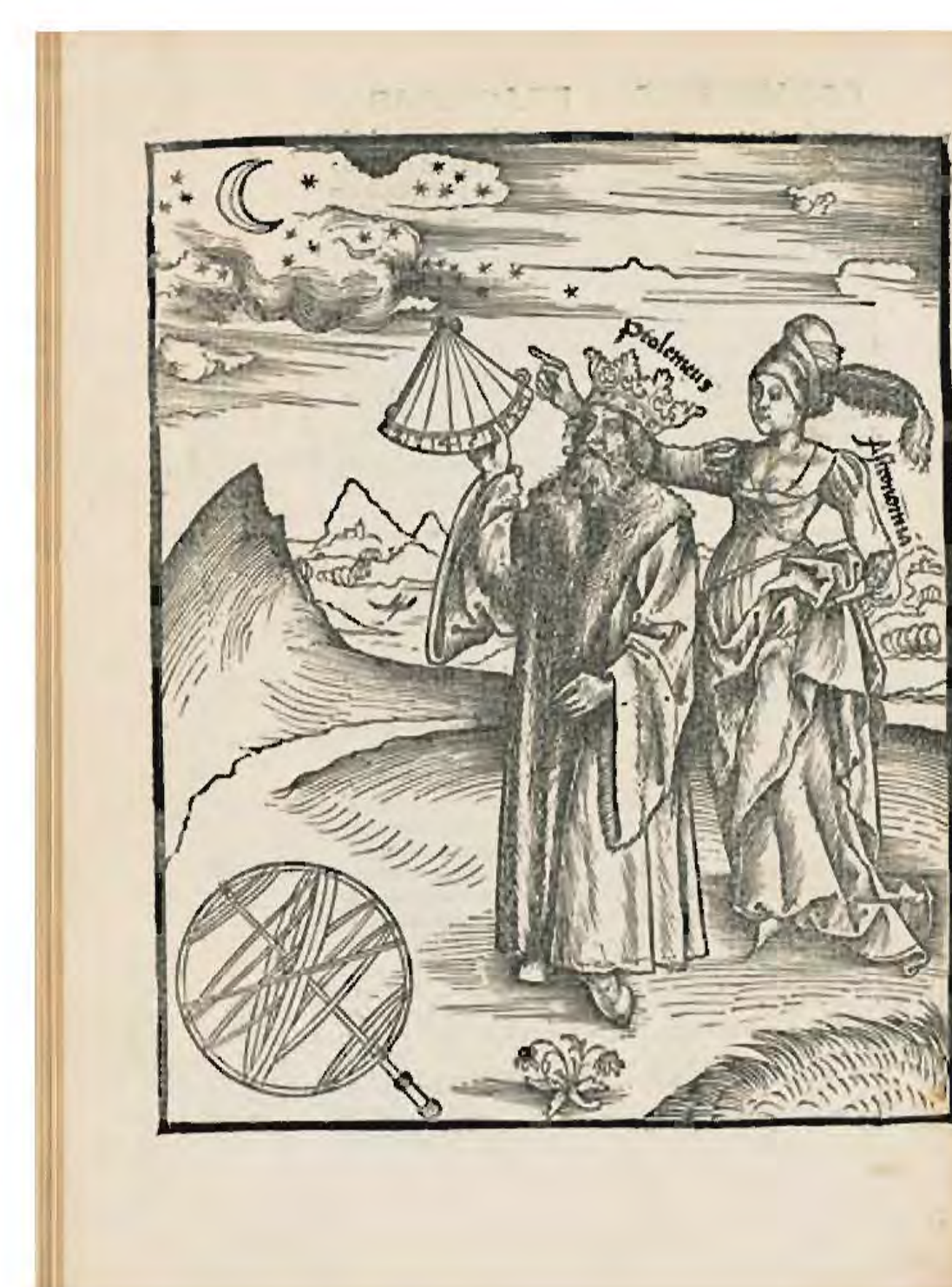
Em 1620, e independentemente de Napier, o relojoeiro e matemático suíço Jobst Bürgi publicou um conceito de logaritmo explorando as ideias de Stifel.



Mirifici Logarithmorum Canonicis Descriptio

Henry Briggs, eminente matemático de Londres, compreendeu o alcance do trabalho de Napier e visitou-o em Edimburgo em 1617. Briggs retomou a ideia fundamental de Napier, mas adoptou uma progressão geométrica simples, a das potências de 10, pelo que o logaritmo de Briggs de um número K é o expoente x a que se deve elevar 10 de forma a que $10^x = K$.

Briggs publica em 1617 a obra *Logarithmorum chilias prima* onde apresenta os logaritmos dos números naturais de 1 a 1000 calculados com catorze casas decimais. Sete anos depois publica *Arithmetica Logarithmica* que inclui os logaritmos dos números naturais de 1 a 20000 e de 90001 a 100000 também calculados com catorze casas decimais.



Gregor Reisch, Margarita philosophica



Régua de Napier

Tabela de Logaritmos

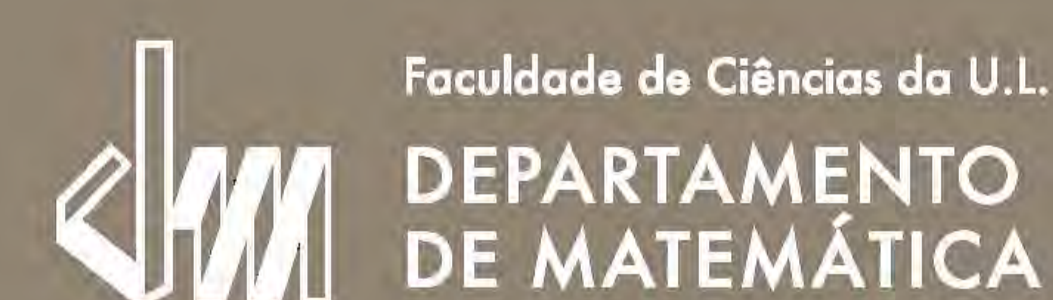
Uma iniciativa do Departamento de Matemática, no âmbito das comemorações dos 100 anos da FCUL, com a colaboração do Museu de Ciência da UL.

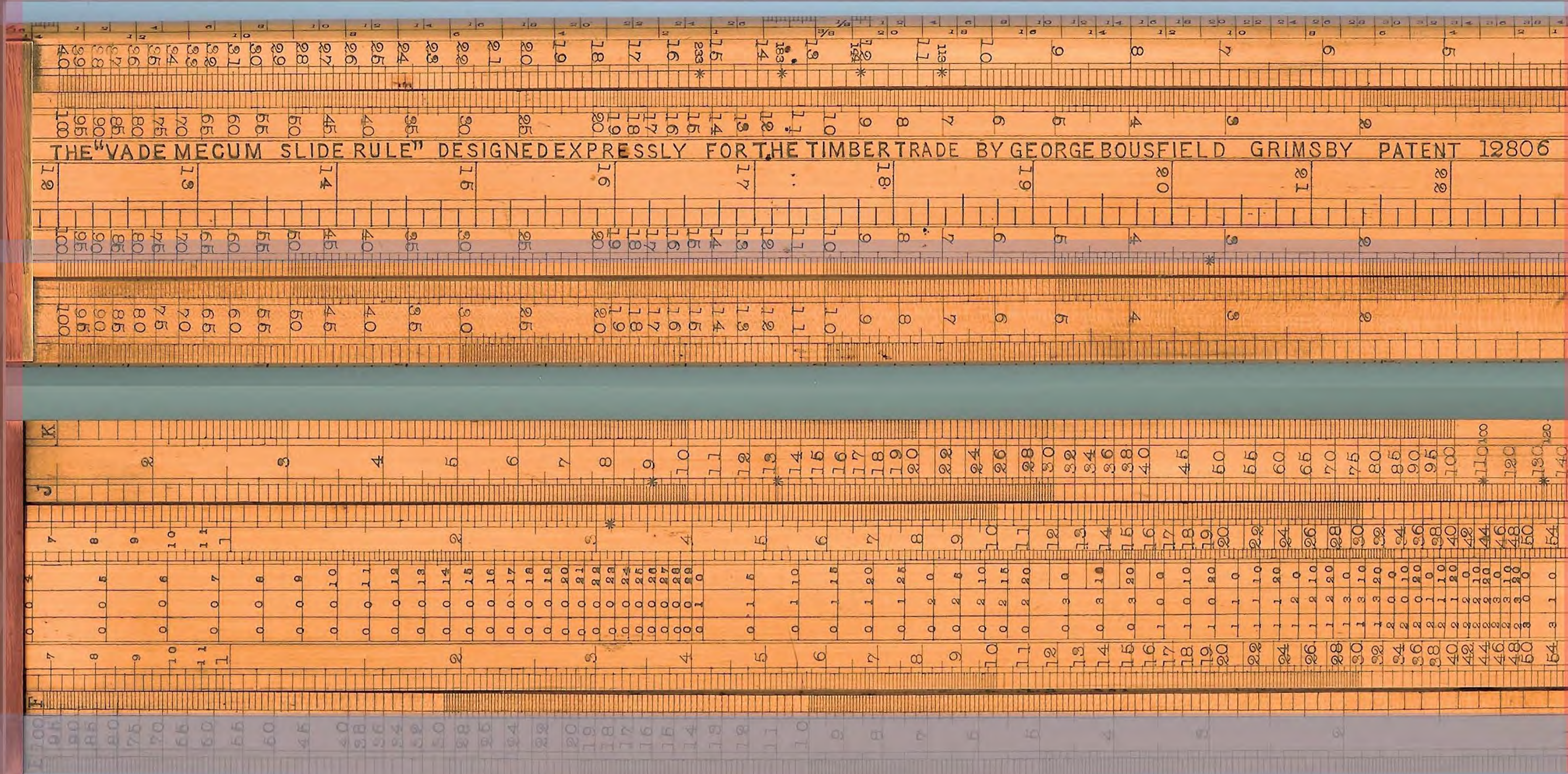
Projecto científico: Adelaide Carreira, Carlos Albuquerque, Gracinda Gomes, Suzana Nápoles

Textos: Carlos Albuquerque, Suzana Nápoles

Colaboração: Ana Eiró

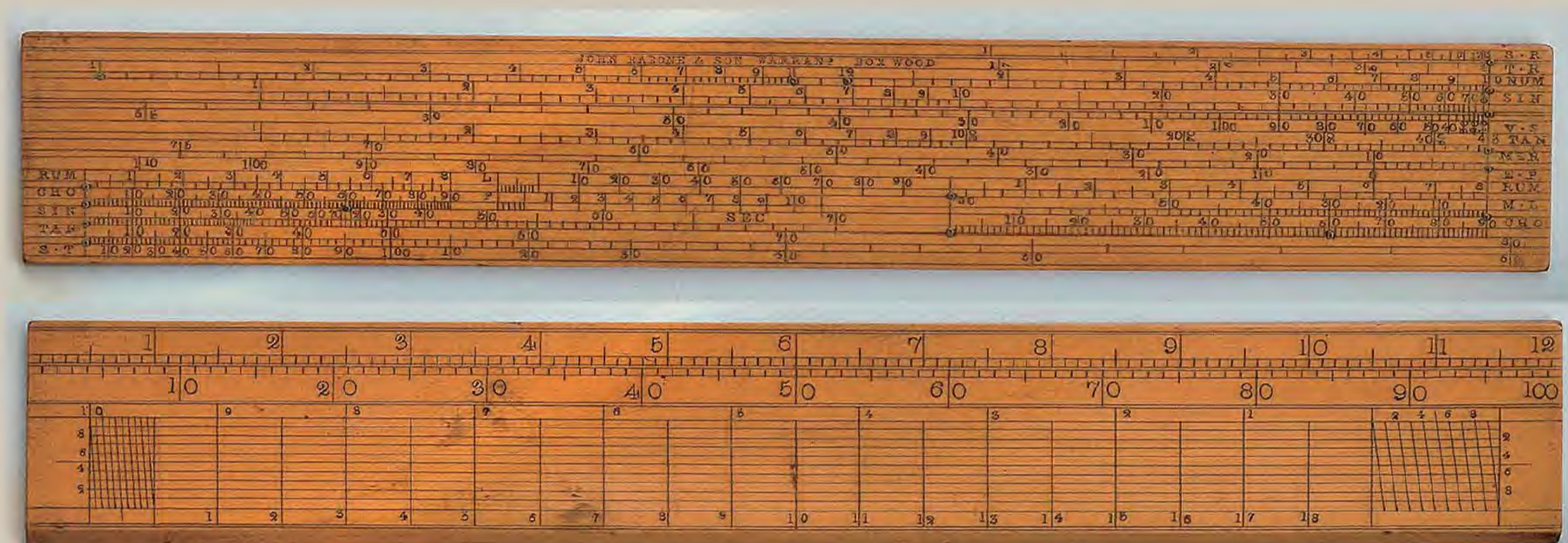
Design Gráfico: João Sotomayor





a Régua de Cálculo

Edmund Gunter, professor de Astronomia e Matemática no Gresham College em Londres mostrou que podia automatizar a soma dos logaritmos de dois números, gravando uma escala logarítmica numa peça de madeira e usando um compasso para somar os dois valores. Assim, não só eliminava o processo mental de adição, como evitava o trabalho e a demora ocasionada pela procura dos logaritmos nas tabelas. A madeira de Gunter ficou conhecida como “Linha de Números de Gunter” e o seu uso espalhou-se rapidamente por Inglaterra.



Desenho original da linha de números de Gunter (1624)

William Oughtred, clérigo e notável matemático inglês, inventou a régua de cálculo. Ao tomar contacto com a Linha de Números de Gunter, deu-se conta de que utilizando duas escalas gravadas sobre duas régua que deslizam uma sobre a outra, podia evitar a utilização do compasso. Oughtred concebeu também outra versão da Linha de Números com vários círculos concêntricos, que ficou conhecida como círculos de proporção.

Como multiplicar com uma régua de cálculo?

Em ambas as partes estão gravadas escalas logarítmicas e os comprimentos a partir da origem não são correspondentes aos números inscritos mas aos seus logaritmos. O funcionamento da régua de cálculo para efectuar produtos e cocientes baseia-se na soma e diferença de comprimentos de segmentos, através da deslocação de uma das escalas.



Para cálculos envolvendo nos resultados mais de dois algarismos as régua de cálculo só permitem a obtenção de valores aproximados, sendo o terceiro algarismo calculado por estimativa. Apesar desta limitação, a sua utilidade foi indiscutível pela facilidade de manejo e pela rapidez das operações. Observe-se que nas operações com régua de cálculo não são tomadas em conta as vírgulas, sendo estas colocadas mentalmente.



A régua de cálculo tornou-se um símbolo do avanço tecnológico no século XX. Em Julho de 1969, uma régua de cálculo marcou presença no espaço e na Lua. No bolso do astronauta Michael Collins está uma régua de cálculo, Pickett 600.

“Fomos à Lua com régua de cálculo”, declarou Norman Chaffee, um dos técnicos do sistema de propulsão das naves.

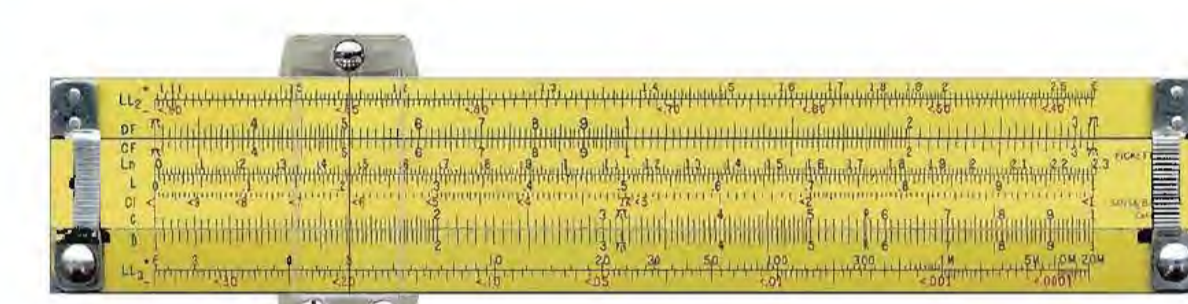
Até há quarenta anos, modelos de bolso de régua de cálculo faziam parte da indumentária diária dos engenheiros de todas as especialidades. Porém, a sua utilização foi bruscamente substituída por calculadoras electrónicas de bolso, que são mais precisas e fáceis de usar.

O uso da régua de cálculo exige um maior raciocínio do que o uso da calculadora. Com efeito, os procedimentos não se limitam a premir teclas, antes exigem a planificação de estratégias usando conhecimentos de cálculo matemático. Por exemplo, para multiplicar 0,0023 por 456, é necessário multiplicar 2,3 por 4,56 e trabalhar com potências de dez.

Ainda hoje se organizam competições com régua de cálculo. A Oughtred Society promove um encontro anual em Las Vegas, Nevada, e alberga o campeonato internacional de régua de cálculo.

A dificuldade de fabrico de régua de cálculo, nomeadamente a forma deficiente como as escalas eram gravadas e a consequente existência de erros nos cálculos, tomaram a sua utilização muito limitada até meados do século XIX. Em 1850, Amadee Mannheim introduziu um cursor móvel ligando as escalas, que passou a fazer parte integrante da régua de cálculo. Este instrumento passou a ser usado para cálculos rápidos na Europa, mas só foi adoptado na América do Norte a partir de 1888, onde o seu uso se vulgarizou no princípio do século XX, graças à sua introdução nas escolas de engenharia.

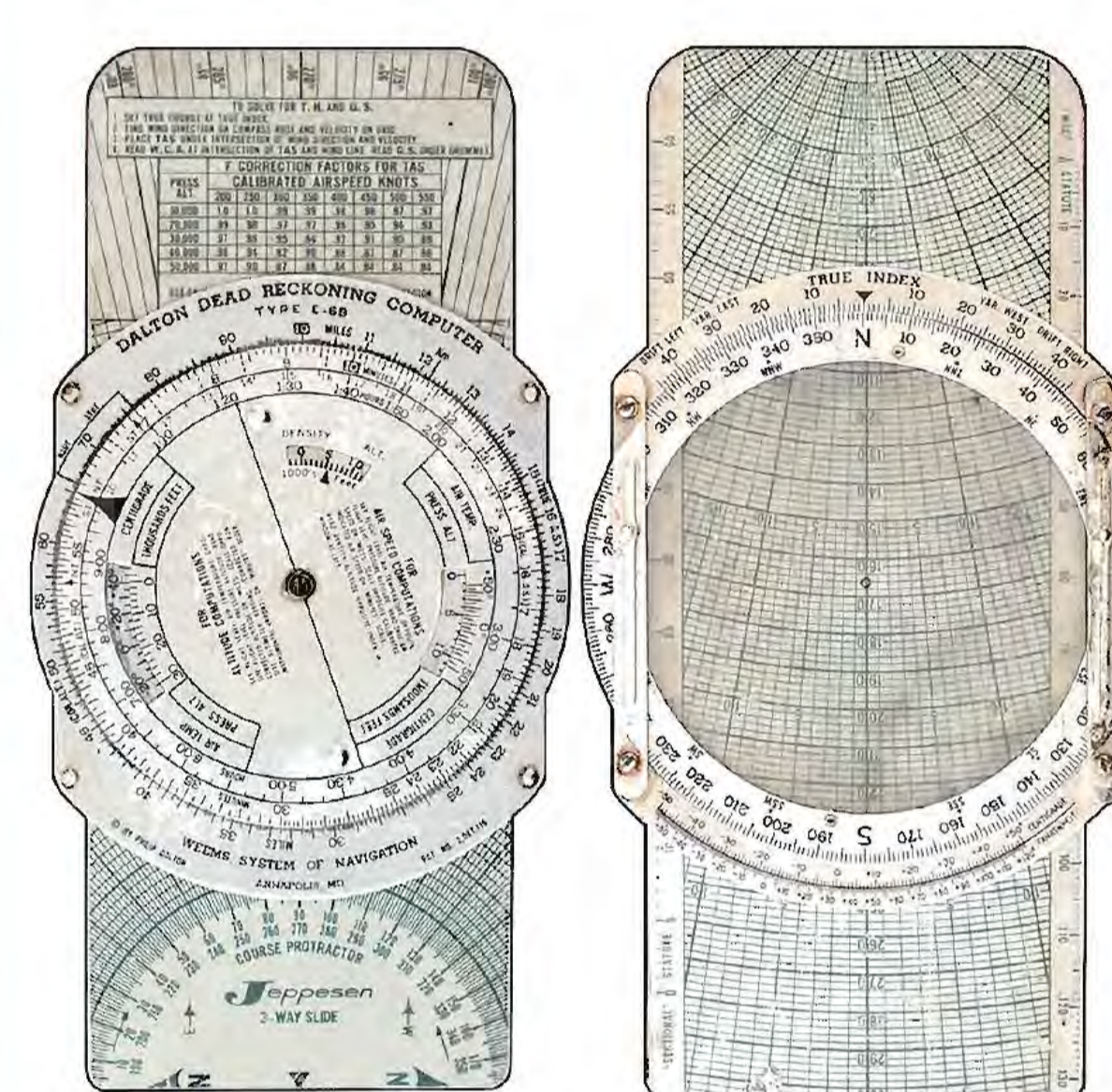
As régua de cálculo foram aperfeiçoadas com a introdução de escalas diferentes e foram concebidas versões adaptadas para várias especialidades.



Pickett 600



Gilson Midget - Régua de cálculo



Régua de Cálculo E6B



É comum a presença destes instrumentos em filmes antigos de ficção científica. Numa cena da série televisiva Star Trek, Dr. Spock usa uma régua de cálculo circular. Parece tratar-se de uma E6B, ainda hoje usada por pilotos de aviação para a planificação dos voos (em terra) e como auxiliar (no ar) para calcular o combustível gasto e as correcções de rota por efeito dos ventos.

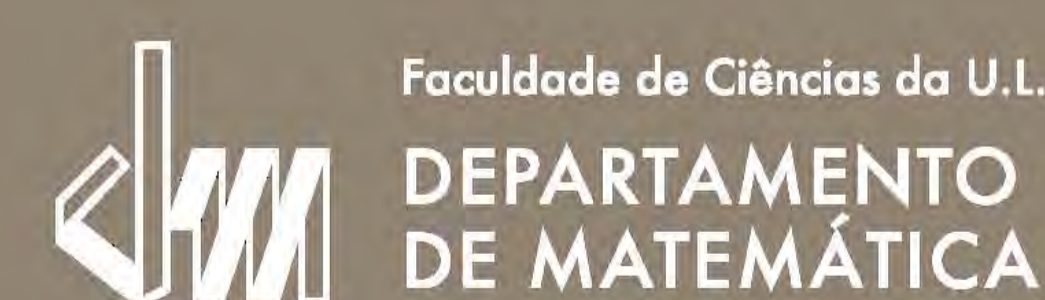
Uma iniciativa do Departamento de Matemática, no âmbito das comemorações dos 100 anos da FCUL, com a colaboração do Museu de Ciência da UL.

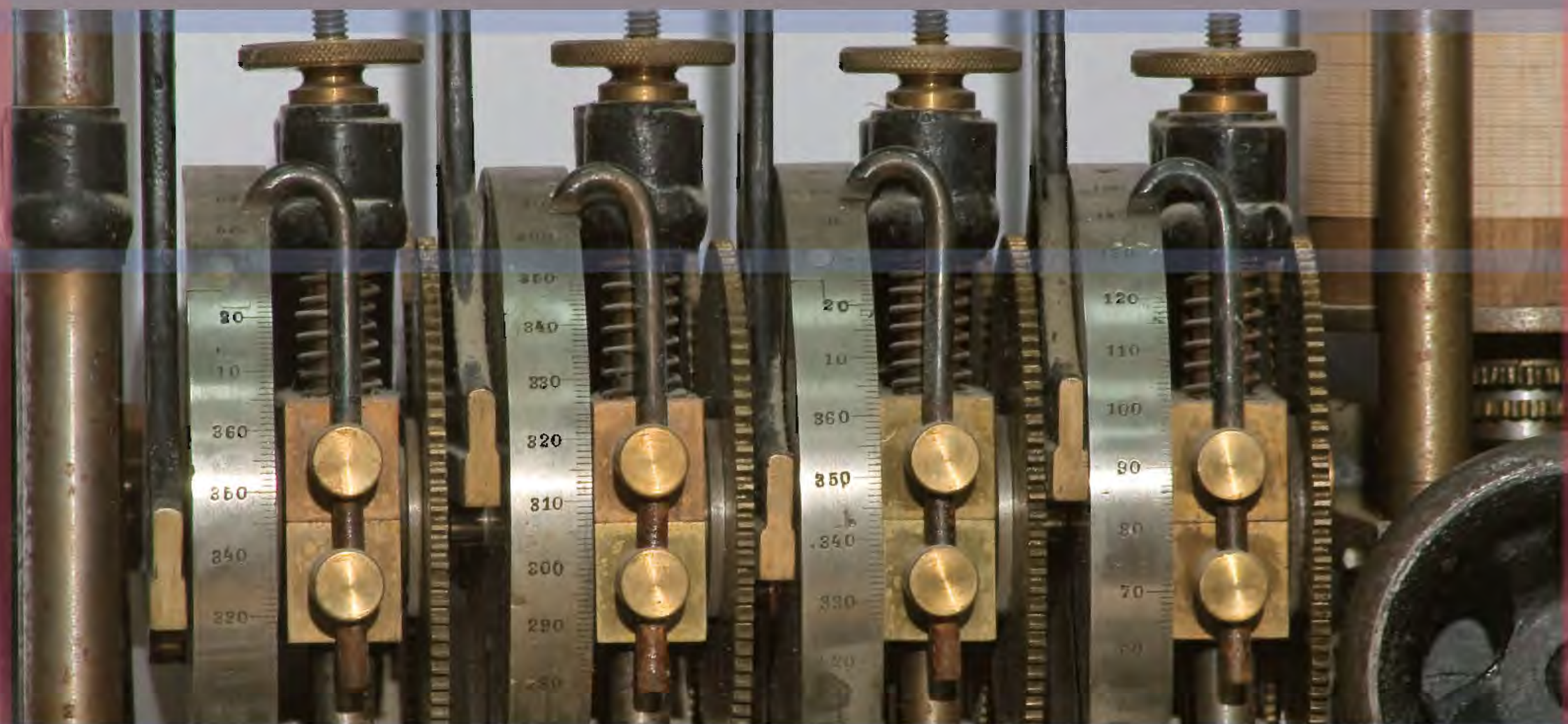
Projecto científico: Adelaide Carreira, Carlos Albuquerque, Gracinda Gomes, Suzana Nápoles

Textos: Carlos Albuquerque, Suzana Nápoles

Colaboração: Ana Eiró

Design Gráfico: João Sotomayor





Cálculo Analógico

Uma grande parte dos métodos de cálculo permitem operar com as representações dos números numa dada base, ou seja, operam directamente sobre os dígitos, pelo que tomam o nome de **digitais**.

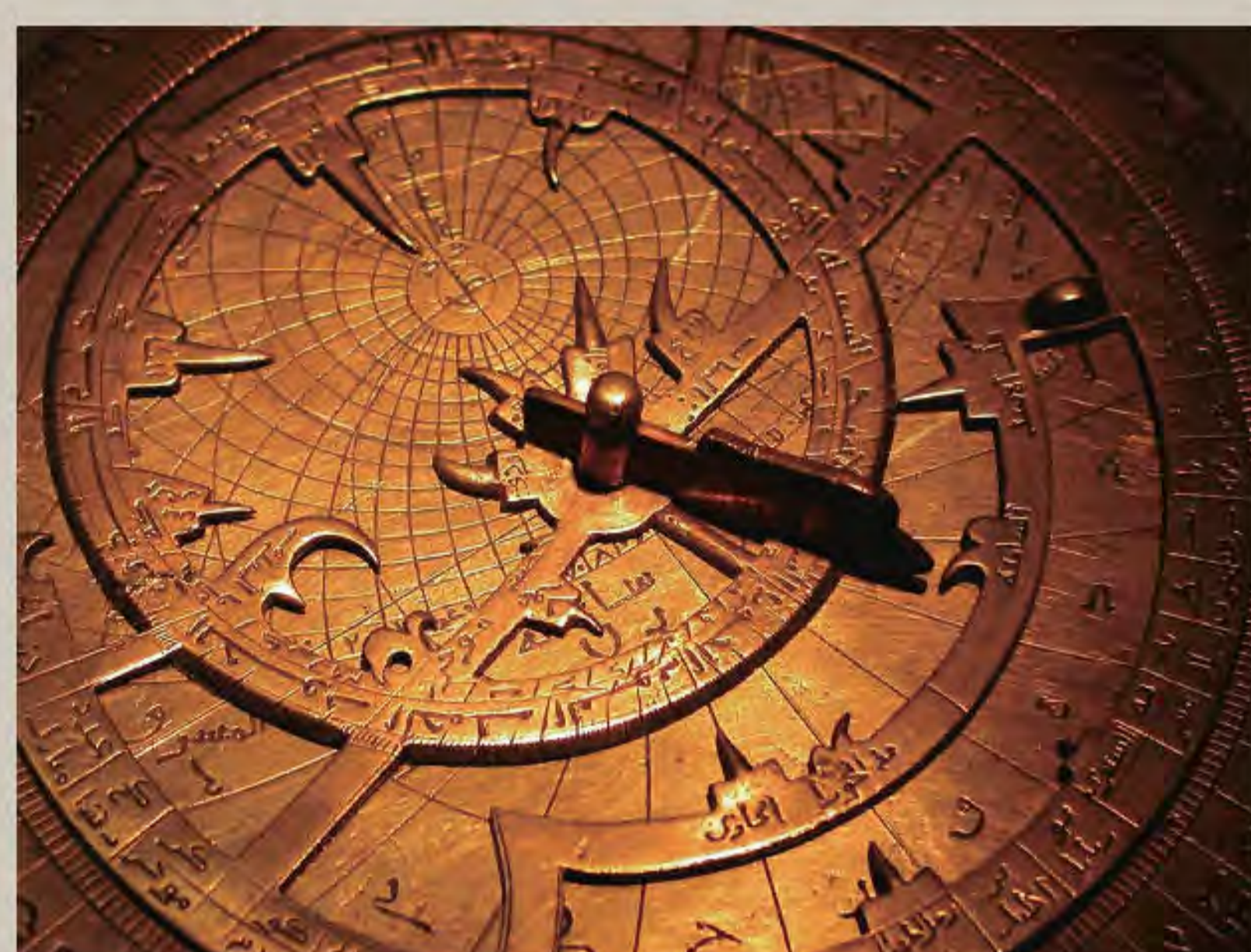
Mas é possível efectuar cálculos representando os números por grandezas físicas que lhes são proporcionais, representando as operações aritméticas ou as funções por processos físicos que reproduzam por analogia as propriedades das operações abstractas. Estes métodos dizem-se **analógicos**.

O cálculo gráfico, ou cálculo pelo traço, é um método analógico. Baseia-se na medição de uma grandeza (por exemplo, comprimento ou ângulo) obtida através de uma construção geométrica com base nos dados do problema.

É possível representar graficamente relações funcionais entre variáveis por meio de gráficos cotados com linhas. Estes gráficos denominam-se **nomogramas** e permitem resolver toda uma família de problemas, dispensando-se uma construção específica para cada novo cálculo.

Designa-se por **nomografia** este processo analógico de cálculo.

Os instrumentos de cálculo analógico podem reproduzir o efeito de operações aritméticas ou até de integrações.



Astrolábio

A régua de cálculo é um instrumento analógico: os logaritmos dos números são proporcionais aos comprimentos físicos na régua.

Existem desde a Antiguidade instrumentos mecânicos para simular o movimento dos corpos celestes. Um exemplo conhecido é o mecanismo de Antikythera. Esta máquina analógica, que tem instruções em grego e terá sido construída no século II antes de Cristo, servia de calendário, permitia prever eclipses e indicava as datas dos Jogos Olímpicos.

Embora o cálculo gráfico se tenha generalizado sobretudo a partir da segunda metade do século XIX, existem instrumentos mais antigos em que se faz uso de escalas e linhas para calcular.



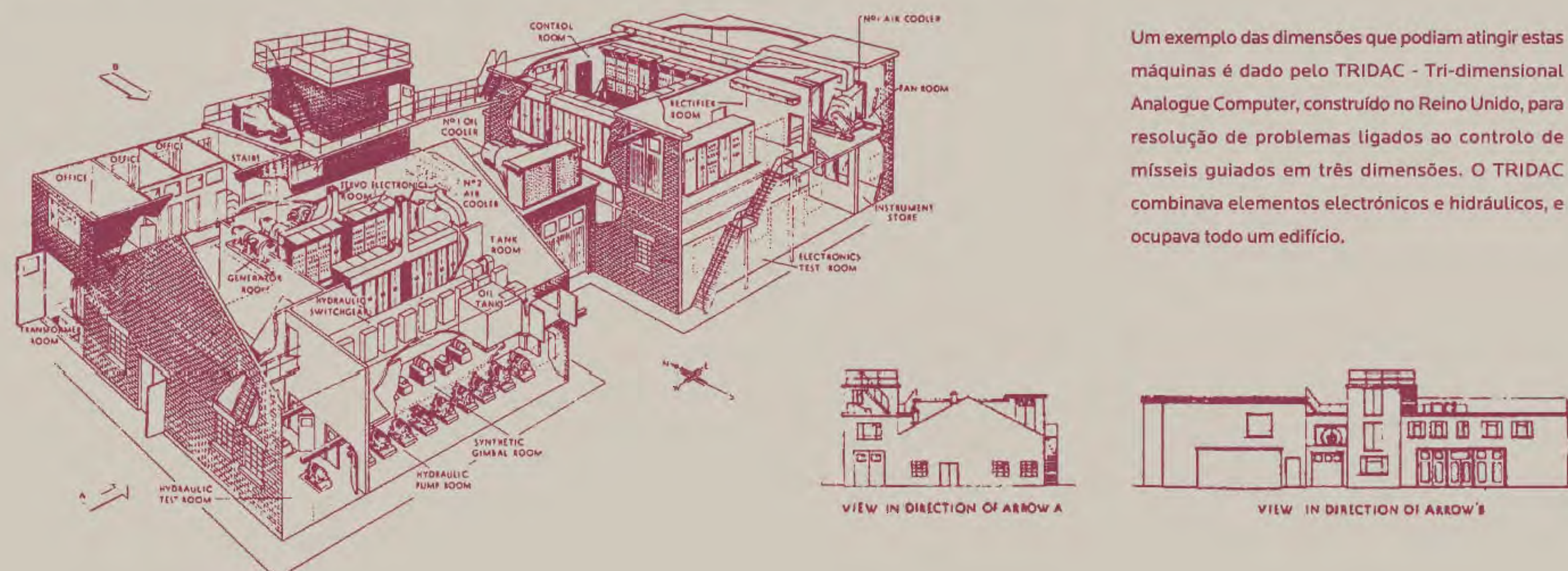
Modelo do mecanismo de Antikythera

Na primeira metade do século XX, foram construídas máquinas mecânicas e electromecânicas analógicas, que serviam para resolver equações diferenciais e foram utilizadas para o cálculo de tabelas de tiro de peças de artilharia.

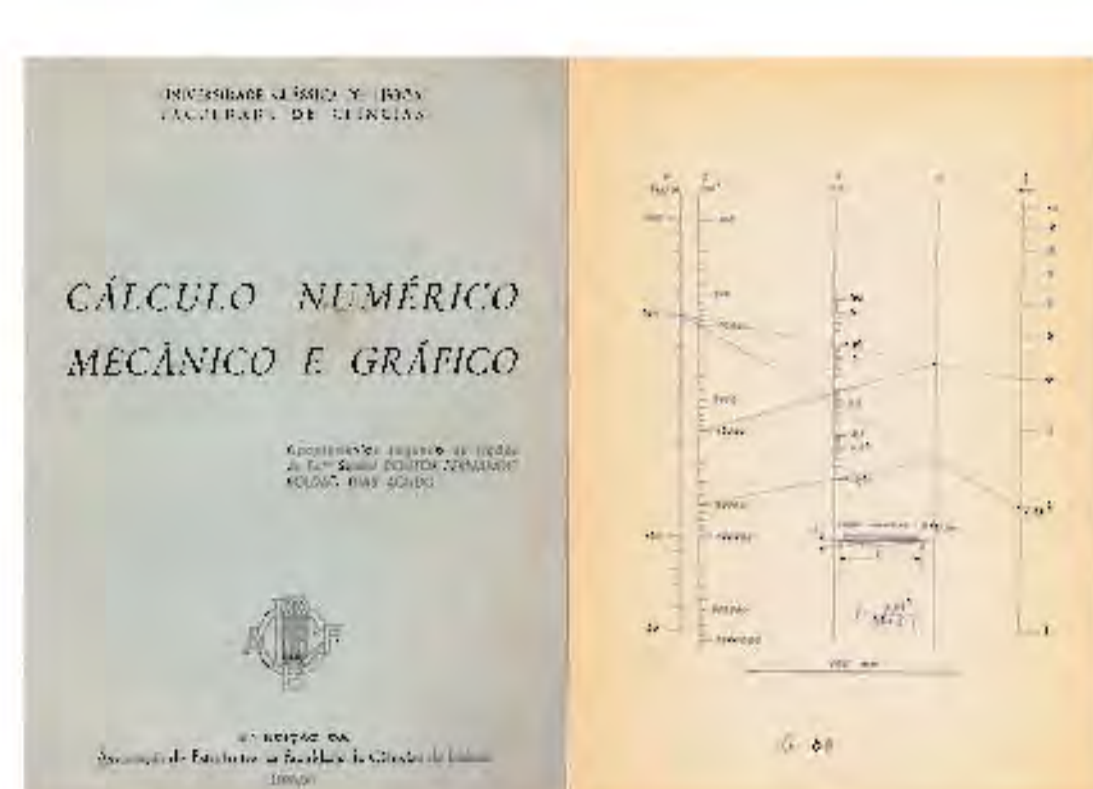
Durante a II Guerra Mundial e nos anos seguintes, desenvolveram-se componentes electrónicos que permitiam calcular integrais com elevada precisão e, por consequência, resolver equações diferenciais.

Durante os anos 50 e 60 do século XX, generalizou-se o uso de computadores analógicos e híbridos na indústria aeroespacial. Estas máquinas podiam combinar elementos mecânicos, electrónicos e até digitais.

Os computadores electrónicos analógicos estiveram em uso até aos anos 70 do século XX.



Um exemplo das dimensões que podiam atingir estas máquinas é dado pelo TRIDAC - Tri-dimensional Analogue Computer, construído no Reino Unido, para resolução de problemas ligados ao controlo de mísseis guiados em três dimensões. O TRIDAC combinava elementos electrónicos e hidráulicos, e ocupava todo um edifício.



A nomografia era ensinada na Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa ainda nos anos 50 do século XX na cadeira de Cálculo Numérico, Mecânico e Gráfico.



Círculos de proporção
Elias Allen, Londres, 1630
Esc.Secundária Patrício Prazeres
(depósito) MCUL



No século XIX Lord Kelvin construiu e aperfeiçoou previsores de marés: máquinas mecânicas que calculavam o nível do mar num dado porto, com base na análise prévia dos dados passados. No Instituto Hidrográfico, em Lisboa, existe uma máquina deste género, construída em Glasgow em 1924.



Computador analógico electrónico datado de 1960 (Newmark) utilizado para resolver equações diferenciais.

Uma iniciativa do Departamento de Matemática, no âmbito das comemorações dos 100 anos da FCUL, com a colaboração do Museu de Ciência da UL.

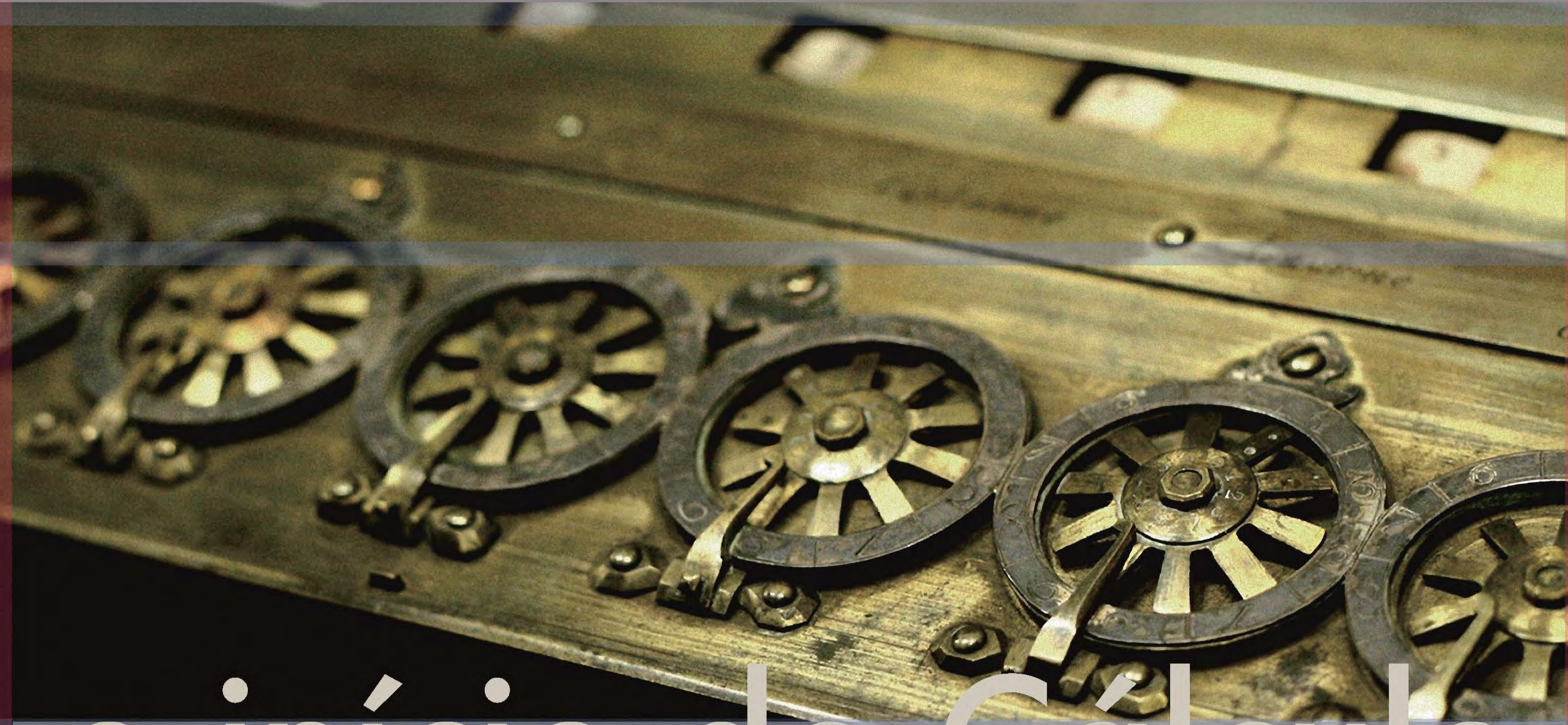
Projecto científico: Adelaide Carreira, Carlos Albuquerque, Gracinda Gomes, Suzana Nápoles

Textos: Carlos Albuquerque, Suzana Nápoles

Colaboração: Ana Eiró

Design Gráfico: João Sotomayor





o início do Cálculo Mecânico Digital

É frequente os cálculos astronómicos ou contabilísticos envolverem números com seis, oito ou mais dígitos. Embora os logaritmos resolvessem o problema mais premente das multiplicações, implicavam a consulta pouco expedita de tabelas volumosas e continuava a ser necessário efectuar adições e subtracções.

No século XVII, em que as necessidades de cálculo eram já grandes, surgem três tentativas originais de construir máquinas mecânicas para o cálculo aritmético. Os seus autores são Wilhelm Schickard, Blaise Pascal e Gottfried Leibniz.

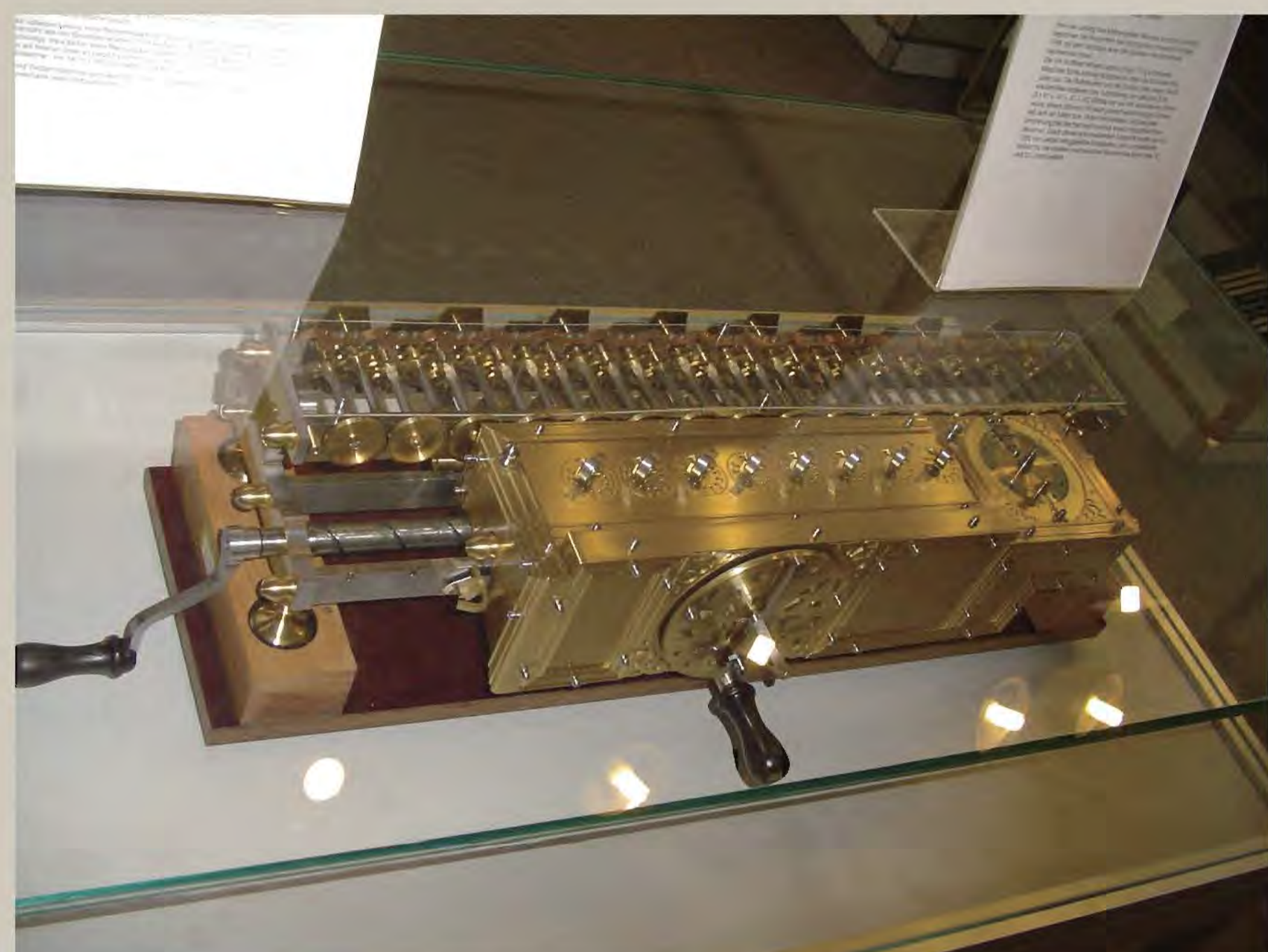
Estes matemáticos tiveram em comum o problema de passar as suas ideias à prática por não encontrarem artesãos à altura das dificuldades, nem materiais suficientemente resistentes. As máquinas construídas revelaram-se delicadas e pouco capazes de substituir o esforço humano no cálculo aritmético.



Modelo actual da máquina de Schickard

Pascal não conhecia a máquina de Schickard mas encontrou um problema semelhante no mecanismo de transporte, que resolveu por um método engenhoso e delicado. A máquina de Pascal deveria ser mantida na horizontal e, sobretudo, só podia adicionar números. As rodas não podiam rodar no sentido inverso ao da adição. Pascal resolveu o problema da subtracção através de um método a que hoje chamamos método dos complementos.

Pascal tentou explorar comercialmente a sua máquina. Obteve um privilégio real que lhe concedia a exclusividade e construiu diversas máquinas, algumas das quais ainda hoje existem. Mas a fragilidade dos mecanismos e a baixa fiabilidade fizeram com que a máquina não fosse um sucesso.



Reprodução da máquina de Leibniz

Wilhelm Schickard era professor na Universidade de Tübingen, na Alemanha, e correspondia-se com Kepler. É através dessa correspondência que sabemos que, com o auxílio de artesãos, terá construído em 1623 uma máquina de calcular. Hoje restam apenas alguns esboços enviados a Kepler, a partir dos quais têm sido feitas reconstituições.

Blaise Pascal era filho de um nobre francês que foi responsável pela cobrança de impostos numa região, tarefa que exigia cálculos trabalhosos. Com o objectivo de ajudar o pai, Pascal concebeu em 1642, com 19 anos, uma máquina de calcular. Como se destinava ao cálculo com quantias, tinha a capacidade de trabalhar com fracções não decimais da unidade.

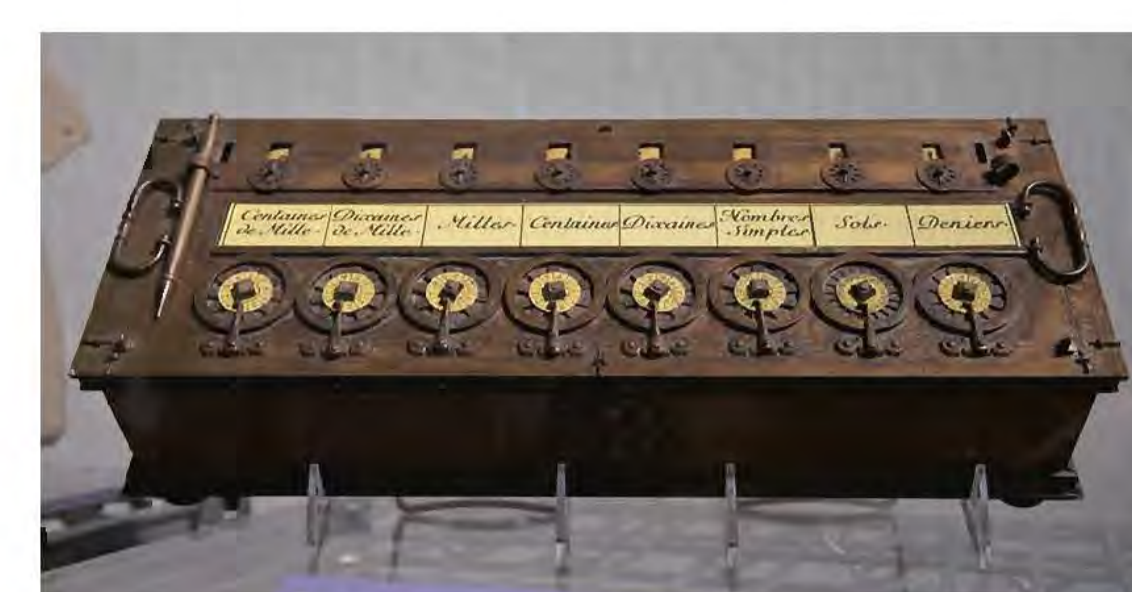


Máquina de Pascal

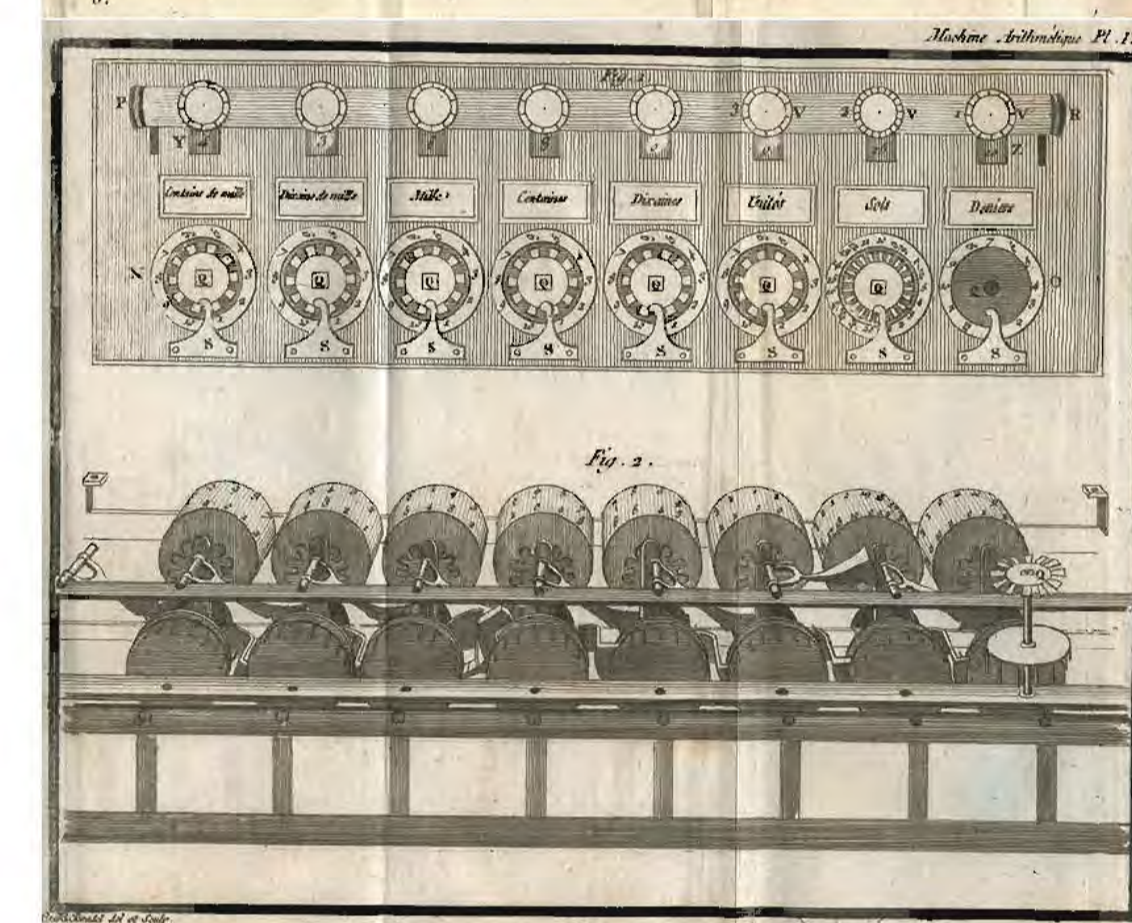
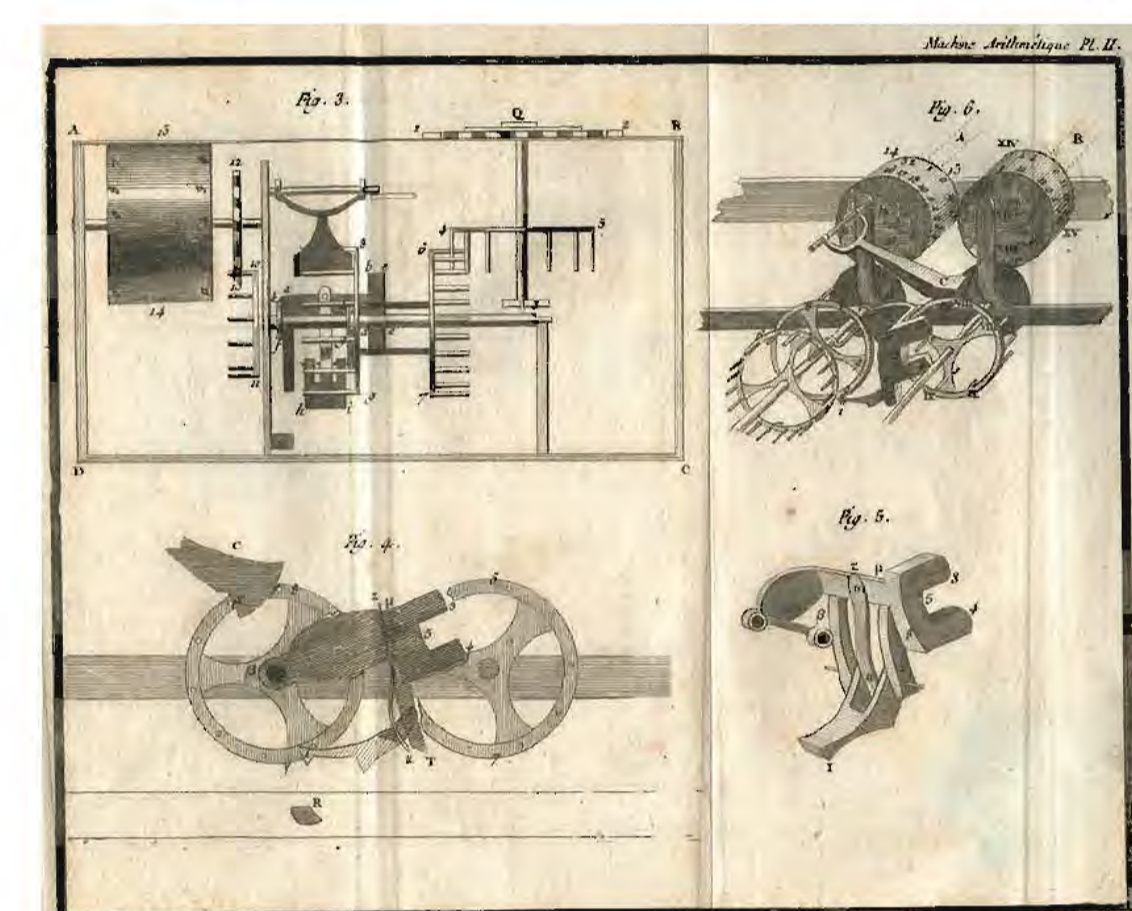
Gottfried Leibniz foi um filósofo e matemático alemão, celebrado pela autoria, em simultâneo com Newton, das bases do cálculo diferencial. Construiu uma máquina que, além de somar, pretendia multiplicar e dividir. A versão acabada data de 1674.

Leibniz inventou um modo de introdução dos números diferente dos que tinham sido usados por Schickard e Pascal, usando um tambor com dentes desiguais. Concebeu um mecanismo complexo para o transporte mas que não resolvia completamente o problema uma vez que não permitia lidar com transportes que afectassem simultaneamente vários dígitos.

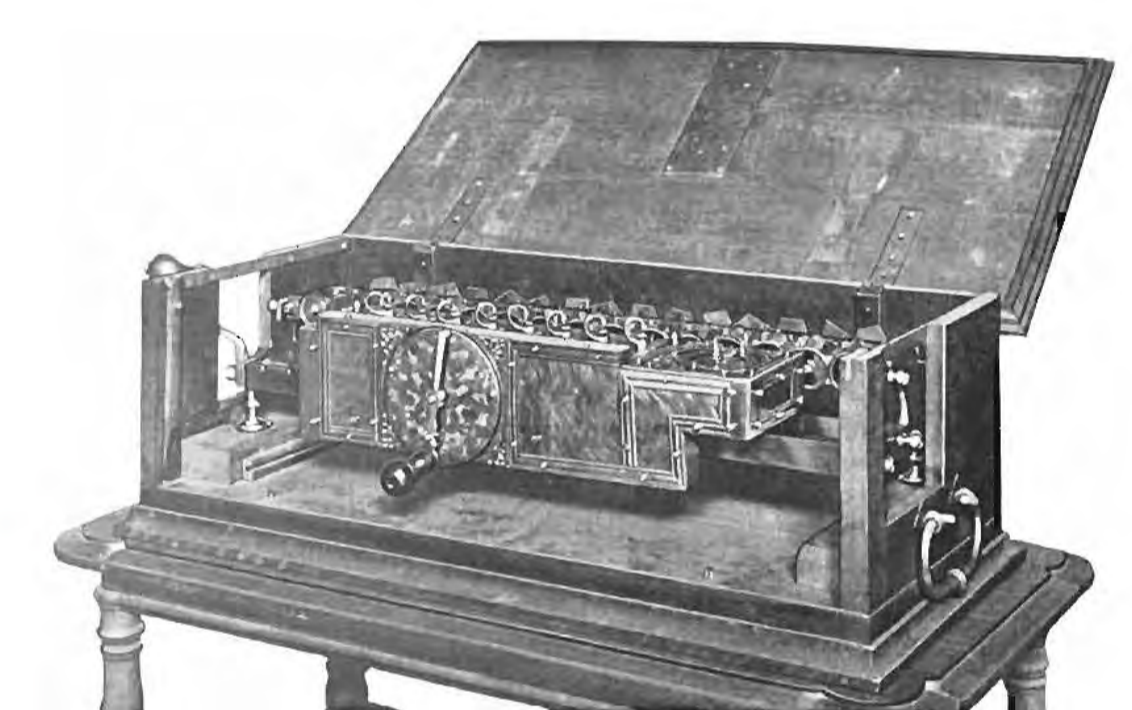
A máquina de Leibniz não foi reproduzida na época e esteve perdida durante cerca de 200 anos.



Máquina de Pascal



Detalhes da máquina de Pascal



Máquina de Leibniz

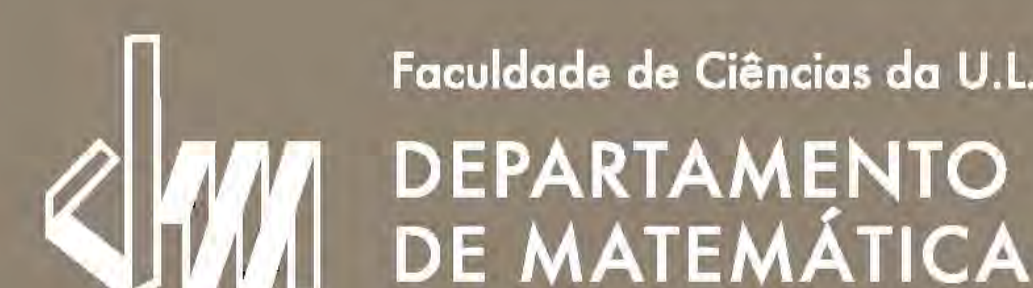
Uma iniciativa do Departamento de Matemática, no âmbito das comemorações dos 100 anos da FCUL, com a colaboração do Museu de Ciência da UL.

Projecto científico: Adelaide Carreira, Carlos Albuquerque, Gracinda Gomes, Suzana Nápoles

Textos: Carlos Albuquerque, Suzana Nápoles

Colaboração: Ana Eiró

Design Gráfico: João Sotomayor





as Calculadoras de Secretária

Durante os primeiros dois séculos após a invenção das primeiras calculadoras houve muitas tentativas de construir máquinas de calcular mas nenhuma chegou a constituir mais do que uma curiosidade.

No início do século XIX as enormes necessidades de cálculo associadas ao comércio estimularam o desenvolvimento e aperfeiçoamento de novas máquinas.

Em 1820 foi criada a primeira máquina que se veio a tornar um sucesso comercial: o Aritmómetro. O seu inventor, Thomas de Colmar era um executivo francês que trabalhava na área dos seguros. A introdução de dados era feita usando um tambor de dentes desiguais e o Aritmómetro tinha um mecanismo de transporte eficiente.



Arithmómetro - Thomas de Colmar - MCUL

Em 1875 Frank Baldwin obteve nos Estados Unidos a patente para um novo mecanismo de introdução dos números numa máquina de calcular, alternativo ao de Leibniz: ao mover uma alavanca num mostrador curvo alterava-se o número de dentes de uma roda. Pouco depois um sistema semelhante foi introduzido na Europa por um técnico sueco que trabalhava na Rússia, Willgodt Odhner.

Este método veio a dar origem a toda uma classe de calculadoras mecânicas que se mantiveram em uso até aos anos 70 do século XX, de que é exemplo a calculadora Brunsviga.



Máquina de calcular Brunsviga

As máquinas do tipo Baldwin/Odhner eram mais adequadas para efectuar multiplicações e a divisões com grandes números, típicas do cálculo científico. O comptómetro de Felt, produzido nos Estados Unidos a partir de 1887, revelou-se mais apropriado para cálculos comerciais com somas e subtrações com muitas parcelas, pois permitia introduzir mais rapidamente as parcelas.



Comptómetro de Felt



Máquina de calcular Curta

A partir da década de 70 do século XIX houve uma produção industrial de uma enorme variedade de máquinas mecânicas para cálculo aritmético.

Um exemplo interessante foi a mais pequena calculadora mecânica capaz de fazer as quatro operações, a Curta.

Foram desenvolvidos muitos tipos de máquinas com motores eléctricos, dispensando o uso de manivelas ou alavancas para fazer os cálculos. As mais sofisticadas permitiam efectuar multiplicações, divisões e até extracção de raízes quadradas de forma completamente automática.

Outra característica importante para os cálculos comerciais, e que foi adicionada desde cedo, é a capacidade de imprimir os dados introduzidos e os resultados.



Máquina de calcular eléctrica Olivetti



Addiator Duplex



Calculadora mecânica Thales



Calculadora mecânica Olivetti



Nas décadas de 60 e 70 do século XX as calculadoras Facit mecânicas ainda eram usadas nas aulas de Astronomia.

Uma iniciativa do Departamento de Matemática, no âmbito das comemorações dos 100 anos da FCUL, com a colaboração do Museu de Ciência da UL.

Projecto científico: Adelaide Carreira, Carlos Albuquerque, Gracinda Gomes, Suzana Nápoles

Textos: Carlos Albuquerque, Suzana Nápoles

Colaboração: Ana Eiró

Design Gráfico: João Sotomayor





a Industrialização do Cálculo e da Informação

No início do século XIX multiplicavam-se as necessidades de cálculo, não só associadas ao negócio ou ao cálculo individual de um cientista, mas também a grandes projectos.



Protótipo da Máquina de Diferenças.

O primeiro protótipo de uma máquina de diferenças capaz de calcular e imprimir tabelas foi construído por Georg Scheutz e seu filho Edvard, em 1843.

Babbage envolveu-se num projecto de construção de uma máquina muito mais geral do que a Máquina de Diferenças, que permitisse executar qualquer tipo de cálculo, a Máquina Analítica. Desenvolveu os planos de uma máquina com uma organização lógica semelhante à dos computadores actuais, introduzindo os dados e instruções através de cartões perfurados.

Esta máquina nunca chegou a ser construída mas Ada Augusta, condessa de Lovelace, colaborou com Babbage na elaboração de um programa para calcular os números de Bernoulli e terá sido assim a primeira pessoa a elaborar um programa para ser executado por uma máquina computacional de aplicação geral.



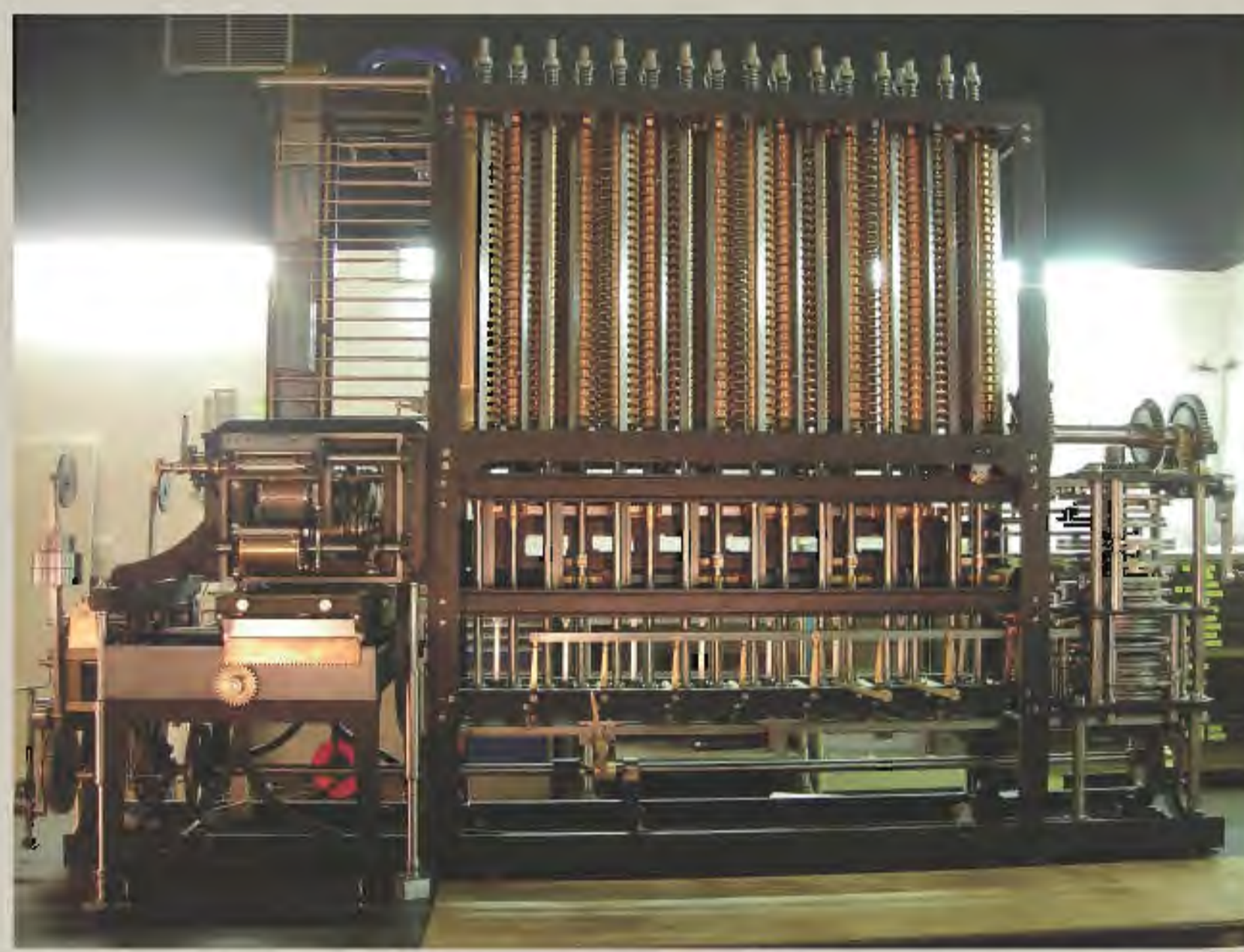
O sistema tabulador eléctrico de Hollerith

Hollerith continuou a desenvolver o seu sistema depois de concluído o trabalho do censo e em 1896 constituiu uma empresa, a Tabulating Machine Company (TMC). Em 1911 vendeu a TMC, que se fundiu com outras duas empresas, dando origem à CTR. Sob a gestão de Thomas J. Watson Sr., a CTR cresceu e em 1924 mudou de nome passando a chamar-se International Business Machines (IBM).

Charles Babbage era um cientista inglês a quem foi solicitada a elaboração de uma nova tabela de logaritmos. As tabelas de logaritmos na época eram copiadas de tabelas publicadas cerca de 200 anos antes por Briggs e Vlacq. Habitualmente cada nova edição introduzia novos erros, sem necessariamente eliminar os anteriores. A tabela de Babbage foi também copiada, mas os números foram verificados por comparação com diversas tabelas, sendo corrigidos todos os erros conhecidos.

Esta tarefa terá sido relevante para a determinação de Babbage em mecanizar o processo de elaboração de tabelas, não só na vertente de cálculo, mas também no próprio processo de composição para impressão, responsável por muitos dos erros.

Babbage concebeu uma máquina para calcular automaticamente uma tabela usando o método das diferenças e chamou-lhe "Difference Engine", isto é, Máquina de Diferenças. Conseguiu construir um protótipo que funcionava perfeitamente mas que não tinha dimensões suficientes para gerar tabelas reais nem tinha a unidade de impressão. Esta máquina não foi concluída.



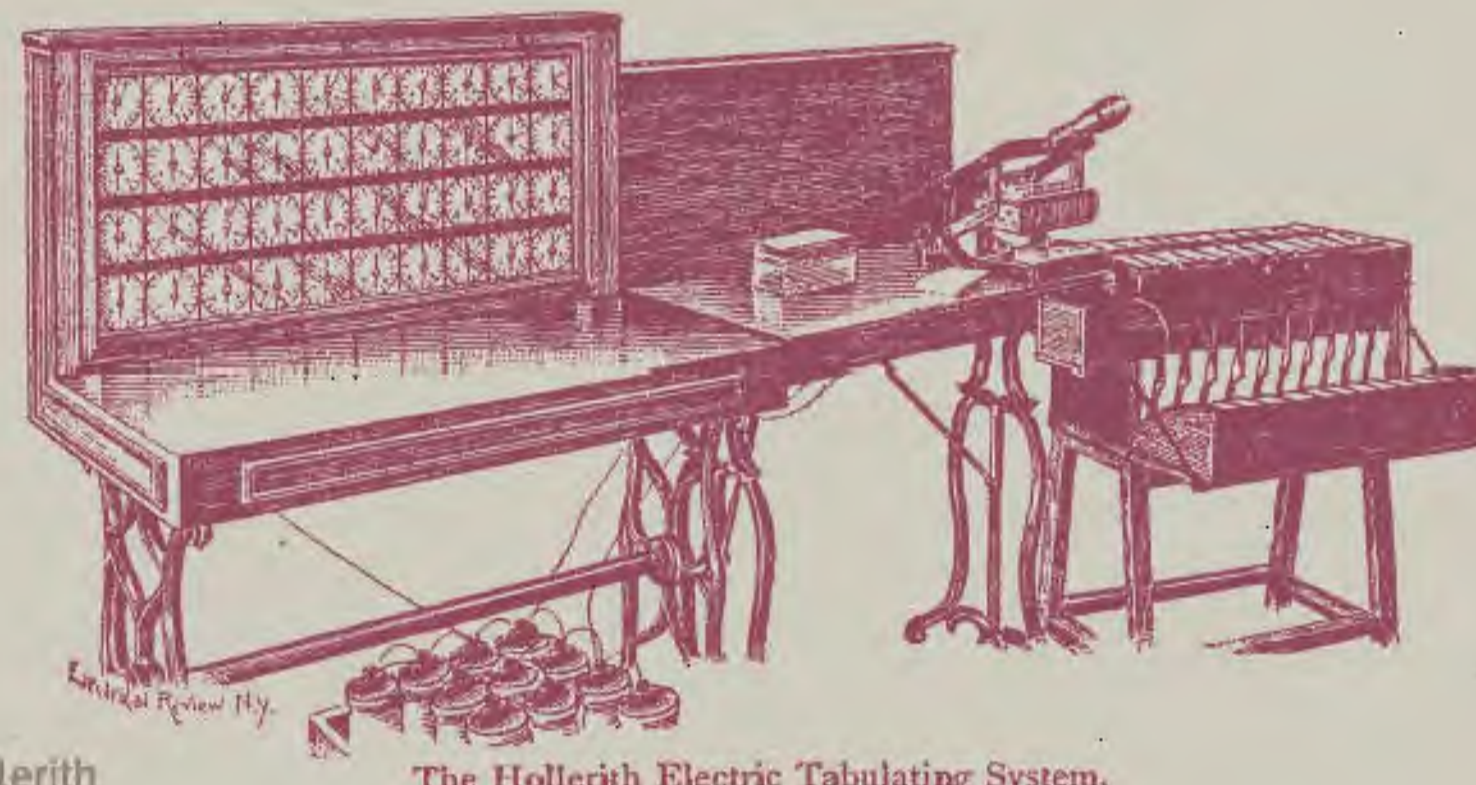
Máquina de diferenças, construída no final do séc. XX seguindo os planos de Babbage.

A Máquina Analítica acabou por cair no esquecimento durante várias décadas e só depois de dados os primeiros passos na invenção dos computadores modernos foi redescoberto todo o trabalho desenvolvido por Babbage e Ada Lovelace.

Efectuou-se em 1880 nos Estados Unidos um censo que envolveu 1495 funcionários para processar os resultados. O sistema de contagem foi semelhante ao usado desde os primórdios da numeração, sendo necessários sete anos até à publicação dos relatórios.

Para o censo de 1890 foi aberto um concurso para um sistema que acelerasse todo o processo. Este concurso foi ganho por um jovem engenheiro, Herman Hollerith, que propôs a codificação da informação sob a forma de furos em cartões. A grande vantagem deste sistema foi a possibilidade de tratamento mecanizado dos cartões, que acelerava os processos de contagem.

Fig. 2.



O sistema tabulador eléctrico de Hollerith

The Hollerith Electric Tabulating System.

11

Terms of the Table	A Table	B First Difference	C Second Difference
1	1		
2	4	3	2
3	9	5	2
4	16	7	2
5	25	9	2
6	36	11	2
7	49	13	2

Ilustração do método das diferenças para construir uma tabela de quadrados

Desde que sejam conhecidos os primeiros valores das colunas A, B e C, e sabendo que a coluna C é constante, todos os valores da coluna B são obtidos somando um elemento de C ao elemento anterior em B, e todos os elementos de A são obtidos somando um elemento de B ao elemento anterior de A.



Parte da máquina analítica, construída por Babbage.



Capa da revista Scientific American de Agosto de 1890 dedicada ao sistema Hollerith.

Uma iniciativa do Departamento de Matemática, no âmbito das comemorações dos 100 anos da FCUL, com a colaboração do Museu de Ciência da UL.

Projecto científico: Adelaide Carreira, Carlos Albuquerque, Gracinda Gomes, Suzana Nápoles

Textos: Carlos Albuquerque, Suzana Nápoles

Colaboração: Ana Eiró

Design Gráfico: João Sotomayor



o início do Cálculo Electrónico

Nas primeiras décadas do século XX surgiram máquinas e sistemas que integravam cartões perfurados, calculadoras e sistemas eléctricos baseados em relés (isto é, um interruptor accionado electricamente). Estes sistemas eram mais ou menos flexíveis e, se bem que a maior utilização fosse em contabilidade e estatística, houve vários sistemas usados para cálculo científico.



Portmensor do Harvard Mark I

Nos anos que antecedem a segunda guerra mundial foram experimentadas várias tecnologias para construir calculadoras. A primeira máquina de calcular puramente electrónica foi construída por Atanassof e Berry, no Iowa (EUA). Planeada em 1937, começou a funcionar em 1942. Usava aritmética binária e tinha uma memória baseada em condensadores cuja carga era periodicamente reposta, tal como as memórias dinâmicas actuais. Não era ainda uma máquina programável.

A máquina de Atanassof e Berry foi vista por John Mauchly, professor na Universidade da Pennsylvania (EUA), que propôs a construção de uma máquina electrónica. Com o apoio do exército americano, Mauchly e um jovem engenheiro, Eckert, iniciaram em 1943 a construção do Electronic Numerical Integrator and Computer (ENIAC). O ENIAC era programável através de cabos e interruptores, representava os números em base dez e ficou operacional em 1946.



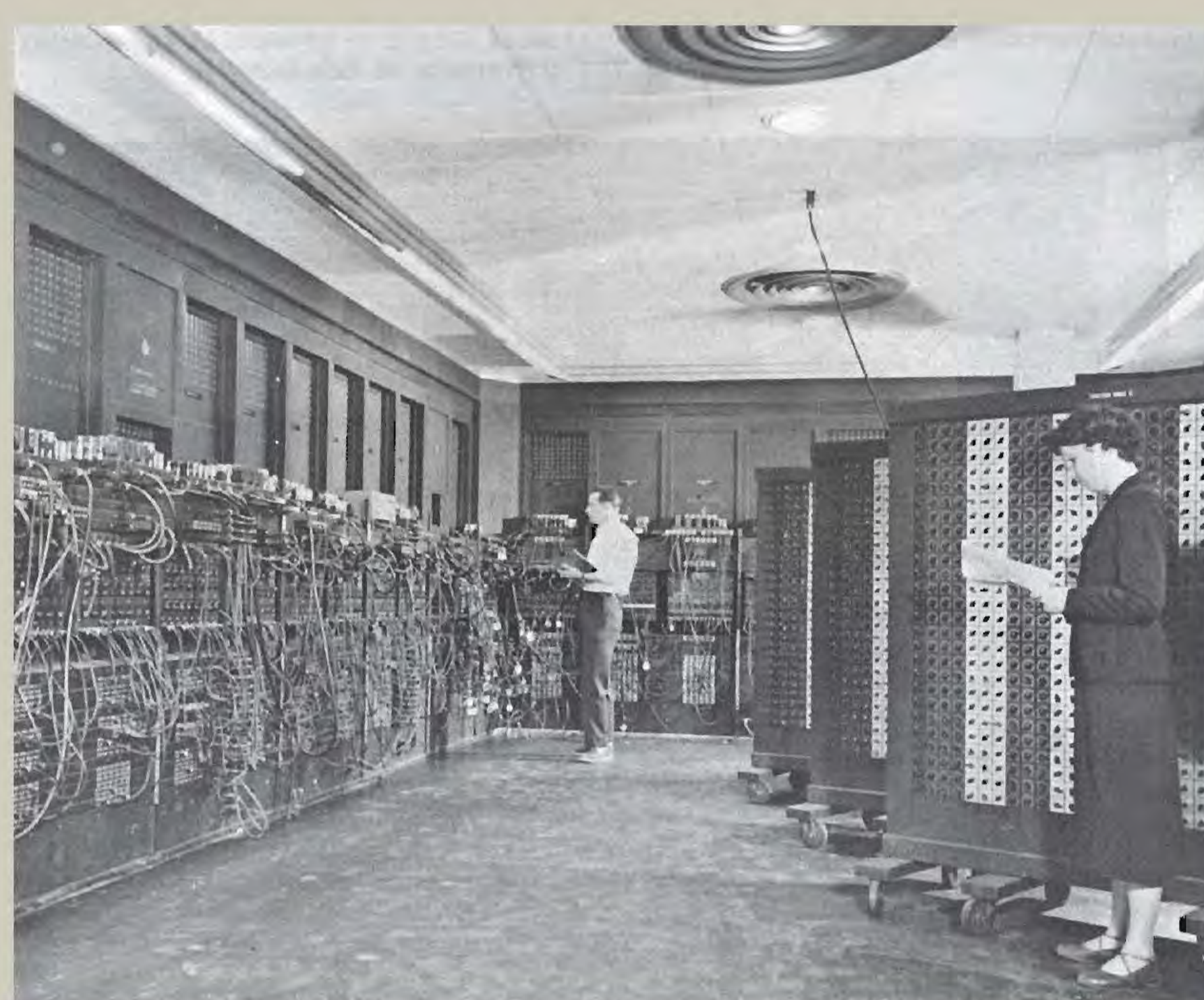
EDVAC

Em 1935 a IBM iniciou a produção de uma máquina, a IBM 601, com uma unidade aritmética baseada em relés, que podia multiplicar dois números de oito dígitos, em cerca de um segundo. Lia os números e escrevia os resultados em cartões perfurados.



Multiplicadora electromecânica IBM 601

Em 1937, George Stibitz, um matemático que trabalhava nos Bell Telephone Laboratories, concebeu um pequeno modelo de computador binário com base em relés. No ano seguinte começou um projecto de um computador baseado nesta tecnologia, que veio a ficar operacional em 1940.



Ainda antes do ENIAC estar pronto já Mauchly e Eckert se tinham apercebido das suas limitações e começaram a planejar uma nova máquina, o EDVAC, que guardava as instruções do programa em memória electrónica. Um consultor do projecto, John von Neumann, redigiu um relatório com os conceitos fundamentais do EDVAC.

Mauchly e Eckert estiveram envolvidos no desenvolvimento do primeiro computador comercial com programa em memória: o UNIVAC.

Depois do fim da guerra, von Neuman regressou ao Institute for Advanced Study (IAS), em Princeton, onde começou a construção de um novo computador. Baseado numa filosofia de divulgação dos planos para várias instituições que apoiavam o projecto, desenvolveu uma máquina que ia sendo replicada ao mesmo tempo nas outras instituições e que foi uma referência para todos os computadores que viriam a seguir.



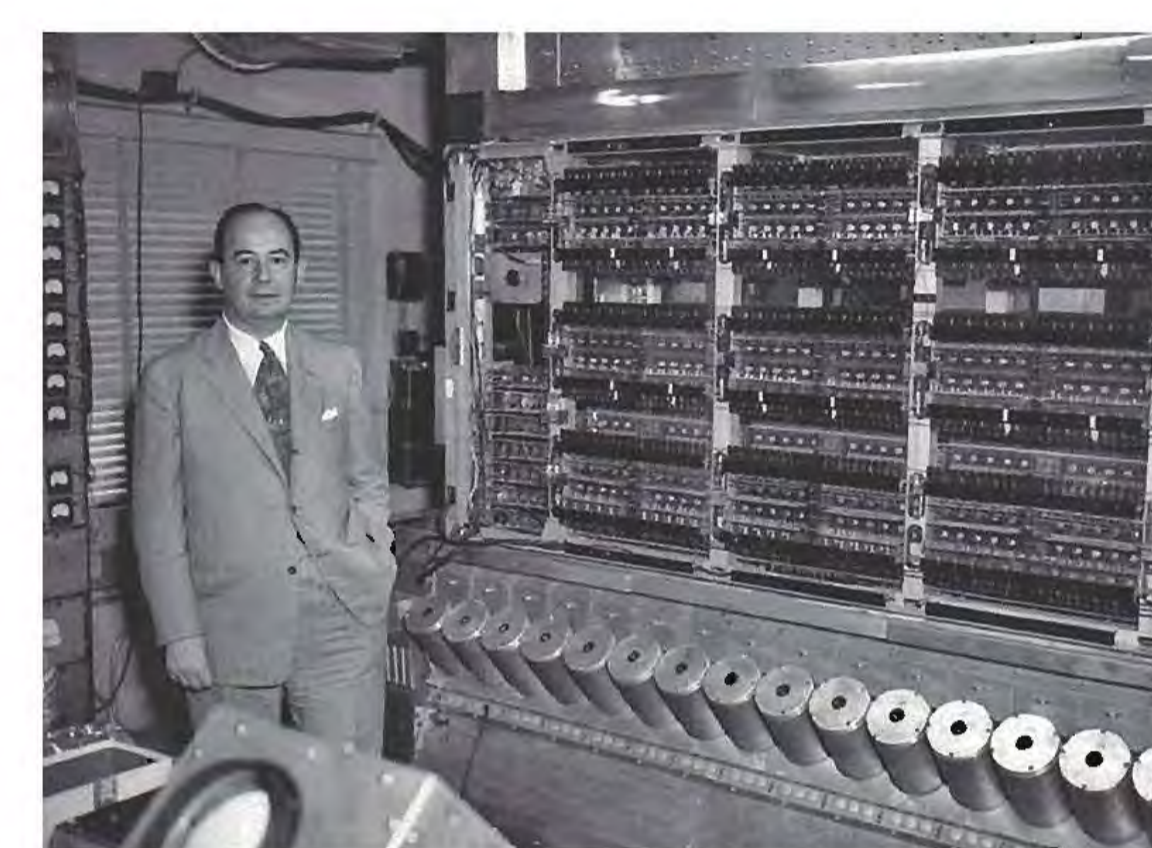
Harvard Mark I

Em 1937, Howard Aiken, da Universidade de Harvard, conseguiu o apoio da IBM para a construção de uma máquina para cálculo em larga escala. A máquina ficou pronta em 1944. Chamava-se Harvard Mark I e guardava os números usando peças mecânicas.



UNIVAC

Em 1952 este computador foi usado para processar as sondagens das eleições presidenciais americanas. O resultado foi a previsão de uma inesperada e esmagadora vitória de Eisenhower. Os responsáveis foram alterando constantes até obterem uma previsão de uma vitória mais tangencial, que divulgaram. Os resultados finais estavam de acordo com a previsão inicial.



Von Neumann em frente à máquina do IAS, em Princeton

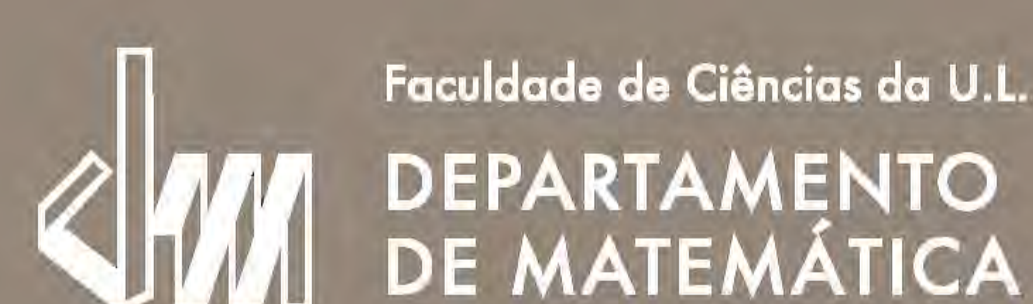
Uma iniciativa do Departamento de Matemática, no âmbito das comemorações dos 100 anos da FCUL, com a colaboração do Museu de Ciência da UL.

Projecto científico: Adelaide Carreira, Carlos Albuquerque, Gracinda Gomes, Suzana Nápoles

Textos: Carlos Albuquerque, Suzana Nápoles

Colaboração: Ana Eiró

Design Gráfico: João Sotomayor



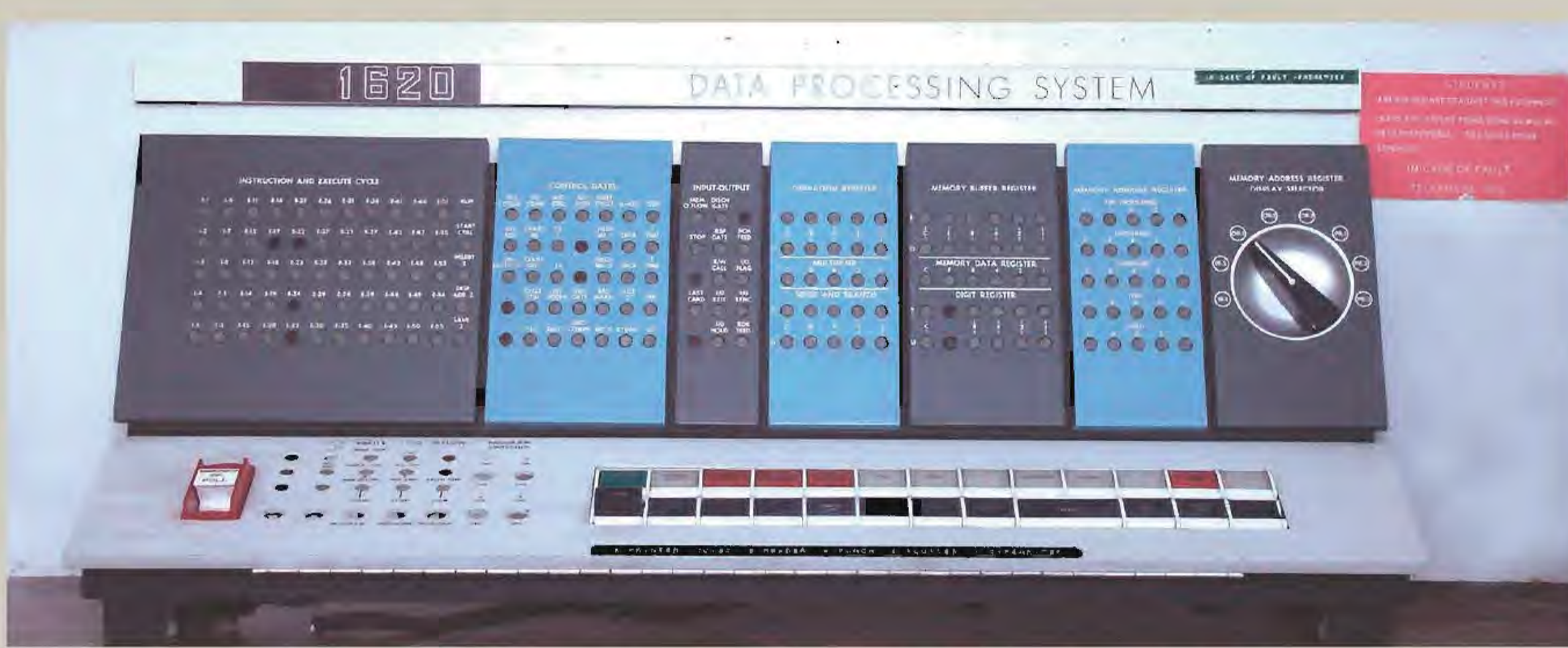


as Maquinas Electrónicas

Os primeiros computadores electrónicos, denominados computadores de 1ª geração, usavam tubos de vácuo que eram ampolas com eléctrodos.

Nos anos 50 do século XX os computadores comercializados, como o UNIVAC, o Ferranti Mark 1, introduzido em 1951 no Reino Unido, e os IBM 704 e IBM 650, ambos de 1954, eram de primeira geração.

O IBM 704 era um *mainframe*, onde nos anos seguintes foi criada a linguagem FORTRAN. O IBM 650 era um computador mais pequeno, mais barato e mais fácil de usar. Mais pequeno porque cabia apenas numa sala, pesava apenas um pouco mais de 900kg (a fonte de alimentação é que pesava cerca de 1350kg) e tinha dimensões exteriores de 1,5mx0,9mx1,8m. Mais barato porque custava só USD \$500 000, que seriam hoje aproximadamente 2 800 000 euros. Mais fácil de usar porque podia ser programado sob a forma decimal e não binária. A IBM vendeu cerca de 2000 unidades deste computador.



Painel de controlo do IBM 1620

Em 1947, nos Bell Labs da AT&T, foi desenvolvido um novo componente que viria a revolucionar toda a electrónica, pois permitia substituir os tubos de vácuo. Foi-lhe dado o nome de *transfer resistor* ou abreviadamente *transistor*. Menos de dez anos depois, o transistor começou a substituir os tubos de vácuo na concepção de novos computadores, dando origem à segunda geração, de que faziam parte o IBM 1401, o IBM 1620, o PDP-1 da DEC, o Elliott 803-B e o Elliott 4100.

Em 1958 foi inventado o *circuito integrado*: um circuito com diversos componentes, obtido por deposição de vários materiais num material semiconductor. Os circuitos integrados eram mais baratos, mais rápidos e consumiam menos energia. Os computadores construídos com os circuitos integrados constituem a terceira geração, de que são exemplos o PDP-11, o PDP-15 ou o IBM 360.

Em 1971 a Intel produziu um circuito integrado capaz de desempenhar todo um conjunto de funções para as quais eram necessários, até aí, vários circuitos diferentes. O circuito teve o nome Intel 4004 e foi o primeiro de um novo tipo de circuitos: os microprocessadores. A disponibilidade dos microprocessadores produzidos industrialmente a preços reduzidos permitiu o desenvolvimento de computadores bastante baratos e a generalização dos computadores pessoais. Os computadores que são construídos com base em microprocessadores dizem-se de quarta geração. Dois exemplos populares foram o IBM PC e o Apple Macintosh.

Os microprocessadores continuaram a evoluir, integrando cada vez mais componentes e trabalhando a maiores velocidades. Estão em múltiplos aparelhos e dispositivos, desde o automóvel até aos electrodomésticos caseiros, passando naturalmente pelos telemóveis e outros dispositivos computacionais.

Em Portugal os primeiros computadores para cálculo científico estiveram ligados ao cálculo de barragens.

Em 1958 o LNEC recebia uma calculadora electromecânica, a IBM 602-A. A sua programação era feita ligando fios num painel, sendo preciso um fio para cada algarismo. Em 1959 o LNEC recebe um computador electrónico STANTEC ZEBRA cujo programa era guardado internamente, tal como os dados.

O LNEC prestava também serviços a empresas. A Hidrotécnica Portuguesa pagou 600 escudos por meia hora de cálculo para resolver um sistema linear de 34 equações. Usando uma calculadora de secretária, uma pessoa precisaria de cerca de um mês para fazer esse trabalho.

Em 1963 foi instalado no LNEC um NCR Elliott 803-B.

Em 1960 a Hidroeléctrica do Cávado dispunha de um IBM 650, onde fez os cálculos da Barragem do Alto Rabagão. Dada a capacidade limitada da máquina, por vezes era necessário recorrer a um IBM 704. Esta máquina encontrava-se em Paris e os programas eram transportados levando caixas de cartões perfurados.

Em 1962 quer a Hidroeléctrica do Cávado quer a Fundação Calouste Gulbenkian adquiriram um IBM 1620.



Tubo de Vácuo
Os tubos de vácuo tal como as lâmpadas de incandescência que ainda se usam tinham uma duração limitada. Em máquinas com centenas ou milhares de tubos, a frequência com que avariavam era um problema muito delicado.



Instalação de um IBM 650



Painel frontal do IBM 650



IBM 602



IBM 1620

Uma iniciativa do Departamento de Matemática, no âmbito das comemorações dos 100 anos da FCUL, com a colaboração do Museu de Ciência da UL.

Projecto científico: Adelaide Carreira, Carlos Albuquerque, Gracinda Gomes, Suzana Nápoles

Textos: Carlos Albuquerque, Suzana Nápoles

Colaboração: Ana Eiró

Design Gráfico: João Sotomayor





Calculadoras Electrónicas

Nos anos 60 do século XX a electrónica foi também aplicada à produção de calculadoras de secretária.

O primeiro modelo terá sido a calculadora Anita, produzida em Inglaterra, em 1963, com base em tubos de vácuo. Pesava cerca de 15kg, era silenciosa e rápida, por comparação com as máquinas electromecânicas então disponíveis.

Os circuitos integrados permitiam pensar numa calculadora de bolso. Várias empresas estudavam essa possibilidade e uma empresa japonesa encomendou à Intel um conjunto de circuitos integrados para construir uma calculadora. A Intel propôs o desenvolvimento de um único circuito, que veio a ser o Intel 4004. A partir de 1970 aparecem as primeiras calculadoras de bolso, embora ainda bastante grandes.

A primeira calculadora científica de bolso foi a HP-35, produzida pela Hewlett-Packard, e lançada em 1972.



Calculadora Anita

A primeira calculadora gráfica foi a Casio fx-7000G, produzida a partir de 1985.



em Conclusão ...

O desenvolvimento da aritmética e da matemática em geral impôs a representação dos números num sistema de notação posicional. Embora durante algum tempo se tenham continuado a utilizar sistemas com várias bases (em que a parte inteira era representada em base 10 mas em que a parte fraccionária podia ser representada noutras bases), acabou por se adoptar um sistema totalmente decimal.

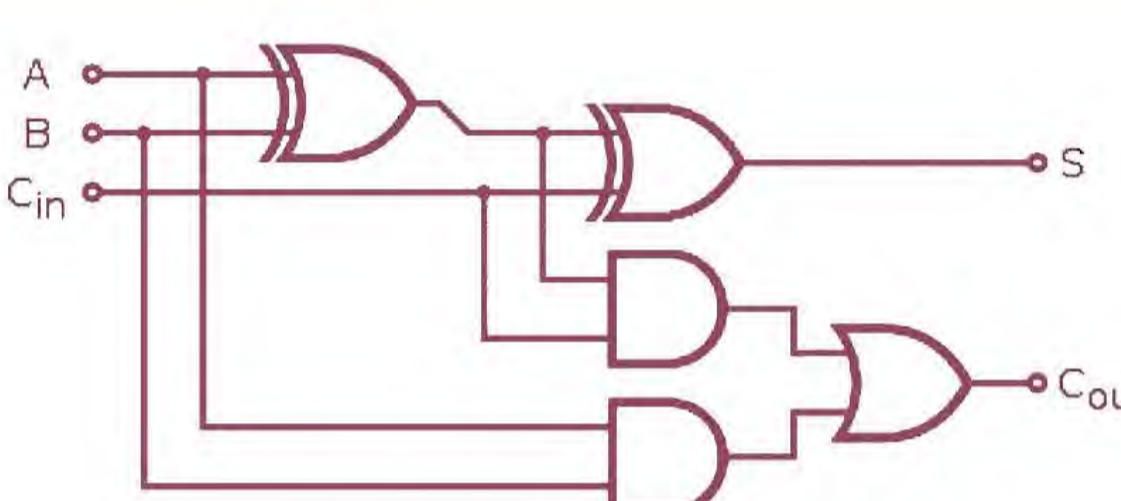
Seria pois natural que no desenvolvimento dos primeiros computadores este sistema fosse considerado. Contudo foram os computadores electrónicos que mais se desenvolveram e a representação decimal através de níveis de tensão conduzia à necessidade de uso de dez níveis diferentes de tensão. Os circuitos necessários, quer para gerar, quer para identificar os diferentes níveis de tensão, eram muito complexos e pouco fiáveis. Em contrapartida, era muito mais fácil trabalhar apenas com dois níveis diferentes de tensão, podendo um representar zero e o outro um. Um dígito binário recebeu o nome de bit, denominação resultante da contracção de binary digit.

Por outro lado, Claude Shannon, tinha mostrado em 1937 que podia construir circuitos eléctricos equivalentes às operações da lógica de Boole, a que se vieram depois chamar portas lógicas. Com portas lógicas é possível construir circuitos que fazem as operações aritméticas em binário, o que permitiu que os computadores trabalhassem internamente no sistema binário. Contudo existiram máquinas que, como o IBM 1620, usavam circuitos binários para representar algarismos decimais, com que depois trabalhavam.

A palavra portuguesa *digitalização* é equivalente à palavra francesa *numérisation* que exprime claramente o que se passa no processo: conversão em números. Hoje praticamente todo o processamento de som, imagens, vídeos, documentos, etc., é feito na forma digital, o que implica necessidades de cálculo aritmético difíceis de descrever. Quando fazemos uma chamada de telemóvel, quando imprimimos um documento, quando navegamos na Web estamos a mandar executar números astronómicos de operações aritméticas, efectuadas a velocidades impensáveis há algumas décadas.



Os computadores, em vez de trivializarem a aritmética vieram fazer dela um recurso "industrial" que encontra sempre novas aplicações e para o qual há uma necessidade crescente.



Adicionador definido em termos de portas lógicas: soma dois bits e o bit que vier de transporte, produzindo um bit de resultado e um bit de transporte.



Um som pode ser modelado como uma função real de variável real e esta pode ser aproximadamente representada por uma sequência de números.



Também uma imagem pode ser vista como um conjunto finito de pequenos mosaicos, cada um com a sua cor e uma cor pode ser caracterizada por três números, pelo que uma imagem pode ser reduzida a um conjunto de números. Como um vídeo pode ser reduzido a uma sequência de imagens, acompanhadas de som, havendo velocidade de processamento e capacidade de memória passou a ser possível o multimédia no computador.

Uma iniciativa do Departamento de Matemática, no âmbito das comemorações dos 100 anos da FCUL, com a colaboração do Museu de Ciência da UL.

Projecto científico: Adelaide Carreira, Carlos Albuquerque, Gracinda Gomes, Suzana Nápoles

Textos: Carlos Albuquerque, Suzana Nápoles

Colaboração: Ana Eiró

Design Gráfico: João Sotomayor

