

1) Supondo  $[\pi'_1, \dots, \pi'_n] = [\pi_1, \dots, \pi_n]B$ , como os vetores  $\pi'_1, \dots, \pi'_n$  têm exatamente as colunas de  $B$  como componentes, segue-se que o espaço  $[\pi'_1, \dots, \pi'_n]$  tem a dimensão dada pela característica de  $B$ . Se essa característica é  $n-k$ , há um menor de ordem  $k \neq 0$ , sendo nulos os menores de ordem inferior a  $k$ .

2) Por outro lado, como há  $n$  vetores próprios ortogonais para a matriz, esses vetores próprios constituem uma base para o espaço. Em virtude de

$$E_1 \lambda_1 = B E_1, \dots, E_n \lambda_n = B E_n,$$

segue-se que tem de haver uma raiz múltipla de multiplicidade  $k$ , para haver só um espaço transformado de dimensão  $n-k$ . E todos os  $\lambda_i$  são  $\neq 0$ , o espaço transformado  $[E_1 \lambda_1, \dots, E_n \lambda_n]$  é todo o espaço.

3) Com uma raiz múltipla nula de ordem  $\underline{2}$ , acontece o seguinte. Aparecem  $\underline{2}$  valores iguais de  $\lambda$ , por ex.,  $\lambda_1 E_1 = B E_1, \dots, \lambda_2 E_2 = B E_2$ . Todo vector que se exprime em  $E_1, \dots, E_2$  é vector próprio para o mesmo valor de  $\lambda$ . Há uma <sup>sub</sup> multiplicidade de ordem  $\underline{2}$  de vetores próprios. Os espaços dessa submultiplicidade são os espaços indicados no n.º 5.º, de pg. 263 do livro.

E aqui está. Cumprimentos  
do  
A. Almeida Costa

30/5/963.